参考答案与试题解析

一．选择题（共 10 小题）

1．【分析】求出 b^2-4ac 来判断根的情况．

【解答】解：∵△＝b^2-4ac＝16－4×3×（－2）＝16+24＝40＞0

∴方程 $3x^2+4x-2=0$ 有两个不相等的实数根．

故选：B．

2．【分析】根据确定圆的条件、垂径定理、圆周角定理、三角形的内心的概念判断即可．

【解答】解：①不在同一直线上的三点确定一个圆，本说法错误；

②平分弦（不是直径）的直径垂直于弦，本说法错误；

③90°的圆周角所对的弦是直径，本说法正确；

④三角形的内心为三角形各内角平分线的交点，本说法正确；

⑤同弧所对的圆周角相等，本说法正确；

故选：D．

3．【分析】把所修的两条道路分别平移到矩形的最上边和最左边，则剩下的草坪是一个长方形，根据长方形的面积公式列方程．

【解答】解：设道路的宽为 x m，则可列方程为（$100-x$）（$80-x$）＝7644，

故选：C．

4．【分析】先根据 d 是方程 $x^2-x-6=0$ 的一个根求出 d 的值，再由直线和圆的位置关系即可得出结论．

【解答】解∵d 是方程 $x^2-x-6=0$ 的一个根，

∴$d=3$．

∵当 $d=3$，$r=6$ 时，$d<r$，

∴直线于圆相交．

故选：B．

5．【分析】首先利用圆周角定理求得∠A 的度数，然后利用圆内接四边形的外角等于其内对角的性质直接求解即可．

【解答】解：∵∠1＝112°，

∴$\angle A=\dfrac{1}{2}\angle 1=56^\circ$，

∴$\angle DCE=\angle A=56^\circ$，

故选：A．

6．【分析】过 A 作 $AD\perp BC$，垂足为 D，在直角△ABD 与直角△ACD 中，根据三角函数的定义求得 BD 和 CD，再根据 $BC=BD+CD$ 即可求解．

【解答】解：过 A 作 $AD\perp BC$，垂足为 D．

在 Rt△ABD 中，∵$\angle BAD=30^\circ$，$AD=120m$，

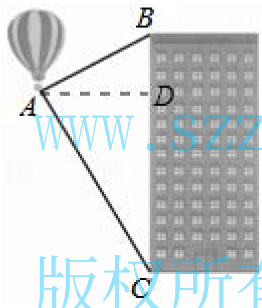
∴$BD=AD\bullet\tan30^\circ=120\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=40\sqrt{3}m$，

在 Rt△ACD 中，∵$\angle CAD=60^\circ$，$AD=120m$，

∴$CD=AD\bullet\tan60^\circ=120\times\sqrt{3}=120\sqrt{3}m$，

∴$BC=BD+CD=40\sqrt{3}+120\sqrt{3}=160\sqrt{3}m$．

故选：D．



7.【分析】根据折叠的性质和圆内接四边形的性质得到∠A+∠BDC＝180°，根据邻补角的定义和三角形的内角和即可得到结论．

【解答】解：∵将$\overset{\frown}{BC}$沿BC翻折，$\overset{\frown}{BC}$交AC与点D，

∴∠A+∠BDC＝180°，

∵∠A＝68°，

∴∠BDC＝112°，

∴∠ADB＝180°﹣∠BDC＝68°，

∴∠ABD＝180°﹣68°﹣68°＝44°，

故选：C．

8.【分析】设正方形网格中的小正方形的边长为1，连接格点BC，AD，过C作CE⊥AB于E，解直角三角形即可得到结论．

【解答】解：设正方形网格中的小正方形的边长为1，

连接格点BC，AD，过C作CE⊥AB于E，

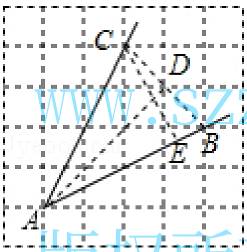
∵$AC=AB=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$，$BC=2\sqrt{2}$，$AD=\sqrt{AC^2-CD^2}=3\sqrt{2}$，

∵$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot CE=\frac{1}{2}BC\cdot AD$，

∴$CE=\frac{BC\cdot AD}{AB}=\frac{2\sqrt{2}\times3\sqrt{2}}{2\sqrt{5}}=\frac{6\sqrt{5}}{5}$，

∴$\sin\angle CAB=\frac{CE}{AC}=\frac{\frac{6\sqrt{5}}{5}}{2\sqrt{5}}=\frac{3}{5}$，

故选：C．



9.【分析】连接DO并延长交⊙O于点G，然后即可得到∠GCD＝90°，然后根据勾股定理可以得到CG的长，再根据图形，可知阴影部分的面积就是半圆的面积，然后代入数据计算即可解答本题．

【解答】解：连接DO并延长，交⊙O于点G，

则∠DCG＝90°，

∵AB＝10，CD＝6，EF＝8，

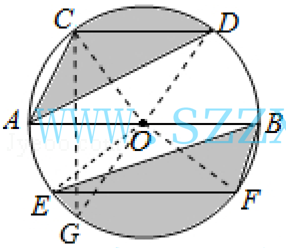
∴$DG=10$，

∴$CG=\sqrt{GD^2-CD^2}=8$，

∴$CG=EF$，
连接 OC、OE、OF，
∵△OEF 的面积和△BEF 的面积相等，
∴阴影部分 BEF 的面积和扇形 OEF 的面积相等，
同理，阴影部分 ACD 的面积和扇形 COD 的面积相等，
∵$CG=EF$，
∴扇形 OCG 的面积和扇形 OEF 的面积相等，
∴阴影部分的面积和半圆 DCG 的面积相等，
∵$AB=10$，
∴$OA=5$，

∴阴影部分的面积是：$\pi\times5^2\times\frac{1}{2}=\frac{25\pi}{2}$，

故选：C.

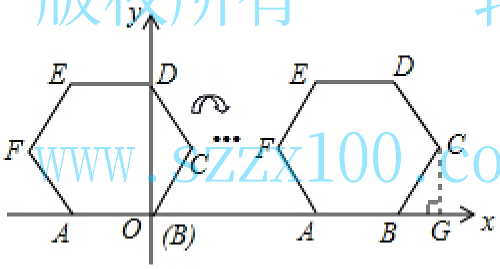


10.【分析】根据正六边形的特点，每 6 次翻转为一个循环组循环，用 2016 除以 6，根据商和余数的情况确定出点 C 的位置，然后求出翻转前进的距离，过点 C 作 $CG\perp x$ 于 G，求出∠$CBG=60°$，然后求出 CG、BG，再求出 OG，然后写出点 C 的坐标即可.

【解答】解：∵正六边形 $ABCDEF$ 沿 x 轴正半轴作无滑动的连续翻转，每次翻转 60°，
∴每 6 次翻转为一个循环组循环，
∵$2016\div6=336$，
∴经过 2016 次翻转为第 336 循环，点 C 在开始时的位置，
∵$A(-2,0)$，
∴$AB=2$，
∴翻转前进的距离$=2\times2016=4032$，
如图，过点 C 作 $CG\perp x$ 于 G，则∠$CBG=60°$，

∴$BG=2\times\frac{1}{2}=1$，$CG=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$，

∴$OG=4032+1=4033$，
∴点 C 的坐标为（4033，$\sqrt{3}$）.
故选：D.



二．填空题（共 8 小题）

11．【分析】根据圆锥的侧面展开图为一扇形，这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长，扇形的半径等于圆锥的母线长和扇形的面积公式计算．

【解答】解：这个圆锥的侧面积$=\frac{1}{2}\cdot 2\pi\cdot 4\cdot 5=20\pi$（$cm^2$）．

故答案为 $20\pi cm^2$．

12．【分析】根据根与系数的关系得到 $x_1+x_2=\frac{3}{2}$，$x_1\cdot x_2=-\frac{1}{2}$，然后代入计算即可．

【解答】解：由根与系数的关系得到 $x_1+x_2=\frac{3}{2}$，$x_1\cdot x_2=-\frac{1}{2}$，

$x_1x_2-x_1-x_2=x_1x_2-(x_1+x_2)=-\frac{1}{2}-\frac{3}{2}=-2$，

故答案为 -2．

13．【分析】先根据勾股定理的逆定理判断出△ABC 的形状，设△ABC 内切圆的半径为 R，切点分别为 D、E、F，再根据题意画出图形，先根据正方形的判定定理判断出四边形 $ODCE$ 是正方形，再根据切线长定理即可得到关于 R 的一元一次方程，求出 R 的值即可．

【解答】解：如图所示：△ABC 中，$AC=6$，$BC=8$，$AB=10$，

∵$6^2+8^2=10^2$，即 $AC^2+BC^2=AB^2$，

∴△ABC 是直角三角形，

设△ABC 内切圆的半径为 R，切点分别为 D、E、F，

∵$CD=CE$，$BE=BF$，$AF=AD$，

∵$OD\perp AC$，$OE\perp BC$，

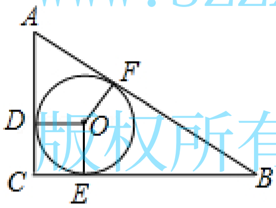
∴四边形 $ODCE$ 是正方形，即 $CD=CE=R$，

∴$AC-CD=AB-BF$，即 $6-R=10-BF$①

$BC-CE=AB-AF$，即 $8-R=BF$②，

①②联立得，$R=2$．

故答案为：2．



14．【分析】首先根据题意画出图形，然后由圆的一条弦把圆周分成 1：3 两部分，求得∠AOB 的度数，又由圆周角定理，求得∠ACB 的度数，然后根据圆的内接四边形的对角互补，求得∠ADB 的度数，继而可求得答案．

【解答】解：∵弦 AB 把⊙O 分成 1：3 两部分，

∴$\angle AOB=\frac{1}{4}\times 360°=90°$，

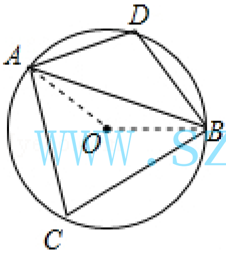
∴$\angle ACB=\frac{1}{2}\angle AOB=45°$，

∵四边形 $ADBC$ 是⊙O 的内接四边形，

∴$\angle ADB=180°-\angle ACB=135°$．

∴这条弦所对的圆周角的度数是：45°或 135°．

故答案为：45°或 135°．



15.【分析】连接 OB、OC，如图，利用切线的性质得$\angle ABO=90°$，再利用三角函数的定义可求出$\angle BAO=30°$，则$\angle AOB=60°$，接着利用平行线的性质得到$\angle CBO=\angle AOB=60°$，利用三角形面积公式可得到$S_{\triangle ABC}=S_{\triangle OCB}$，然后根据扇形的面积公式，利用图中阴影部分的面积$=S_{扇形BOC}$进行计算.

【解答】解：连接 OB、OC，如图，

$\because AB$ 切$\odot O$ 于点 B，

$\therefore OB\perp AB$，

$\therefore \angle ABO=90°$，

在 Rt$\triangle ABO$ 中，$\because \sin\angle BAO=\frac{OB}{OA}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$，

$\therefore \angle BAO=30°$，

$\therefore \angle AOB=60°$，

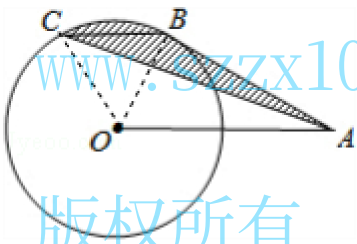
$\because BC\parallel OA$，

$\therefore \angle CBO=\angle AOB=60°$，$S_{\triangle ABC}=S_{\triangle OCB}$，

$\therefore \angle BOC=60°$，图中阴影部分的面积$=S_{扇形BOC}$，

$\therefore$图中阴影部分的面积$=\frac{60\cdot\pi\cdot 2^2}{360}=\frac{2}{3}\pi$.

故答案为$\frac{2}{3}\pi$.



16.【分析】连接 AE，作 $EF\perp AB$ 于 F，根据矩形的性质得到 $EF=2$，根据直角三角形的性质求出$\angle EAF=30°$，根据弧长公式计算即可.

【解答】解：连接 AE，作 $EF\perp AB$ 于 F，

则四边形 $ADEF$ 为矩形，

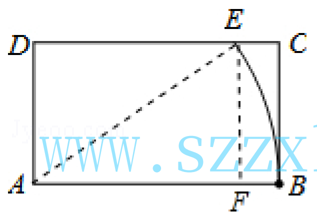
$\therefore EF=AD=2$，

在 Rt$\triangle AEF$ 中，$\angle AFE=90°$，$EF=\frac{1}{2}AE$，

$\therefore \angle EAF=30°$，

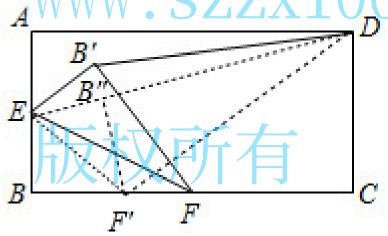
$\therefore \overset{\frown}{BE}$的长$=\frac{30\pi\times 4}{180}=\frac{2\pi}{3}$，

故答案为：$\frac{2\pi}{3}$.



17.【分析】如图，连接 DE，因为 $DB' \geqslant DE-EB'$，$DE=\sqrt{AE^2+AD^2}=\sqrt{1^2+4^2}=\sqrt{17}$，$EB'=1$，推出 $DB' \geqslant \sqrt{17}-1$，推出当 D，B'，E 共线时，DB' 的值最小，不妨设此时点 B' 落在 DE 上的点 B'' 处，设 $BF'=F'B''=x$，根据 $F'D^2=CD^2+F'C^2=B''D^2+B''F'^2$，构建方程即可解决问题.

【解答】解：如图，连接 DE，



∵$DB' \geqslant DE-EB'$，$DE=\sqrt{AE^2+AD^2}=\sqrt{1^2+4^2}=\sqrt{17}$，$EB'=1$，

∴$DB' \geqslant \sqrt{17}-1$，

∴当 D，B'，E 共线时，DB' 的值最小，不妨设此时点 B' 落在 DE 上的点 B'' 处，设 $BF'=F'B''=x$，

∵$F'D^2=CD^2+F'C^2=B''D^2+B''F'^2$，

∴$2^2+(4-x)^2=(\sqrt{17}-1)^2+x^2$，

解得 $x=\dfrac{1+\sqrt{17}}{4}$

故答案为 $\dfrac{1+\sqrt{17}}{4}$

18.【分析】由条件可得∠DPC=∠PAB，可证明△DPC∽△PAB，则 $\dfrac{CD}{PB}=\dfrac{CP}{AB}$，设 $CP=x$，则 $BP=5-x$，可得 x 的一元二次方程，由题意得△=0，可得 m 的值.

【解答】解：∵∠APD=∠B，∠APD+∠APB+∠DPC=180°，∠B+∠APB+∠PAB=180°，

∴∠DPC=∠PAB，

∵∠B=∠C，

∴△DPC∽△PAB，

∴$\dfrac{CD}{PB}=\dfrac{CP}{AB}$，

设 $CP=x$，则 $BP=5-x$，

∴$\dfrac{2}{5-x}=\dfrac{x}{m}$，

整理得 $x^2-5x+2m=0$，

由题意得△=0，

∴△=25-8m=0，

解得 $m=\frac{25}{8}$.

故答案为：$\frac{25}{8}$.

三．解答题（共 10 小题）

19.(1) $x_1=-1或x_2=3$　　(2) $x_1=1或x_2=2$

20.(1) $1-\sqrt{3}$　　(2) $-\frac{1}{4}$

21.【分析】延长 BD 交 AE 于点 G，作 $DH\perp AE$ 于 H，设 $BC=xm$，根据正切的概念用 x 表示出 GC、AC，根据题意列出方程，解方程得到答案．

【解答】解：延长 BD 交 AE 于点 G，作 $DH\perp AE$ 于 H，

设 $BC=xm$，

由题意得，$\angle DGA=\angle DAG=30°$，

$\therefore DG=AD=6$，

$\therefore DH=3$，$GH=\sqrt{DG^2-DH^2}=3\sqrt{3}$，

$\therefore GA=6\sqrt{3}$，

在 $Rt\triangle BGC$ 中，$\tan\angle BGC=\frac{BC}{GC}$，

$\therefore CG=\frac{BC}{\tan\angle BGC}=\sqrt{3}x$，

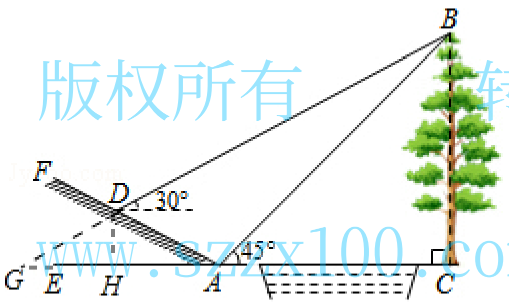
在 $Rt\triangle BAC$ 中，$\angle BAC=45°$，

$\therefore AC=BC=x$，

由题意得，$\sqrt{3}x-x=6\sqrt{3}$，

解得，$x=\frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}\approx 14$，

答：大树的高度约为 14m．



22.【分析】设 AB 的长度为 x 米，则 BC 的长度为（$100-4x$）米；然后根据矩形的面积公式列出方程．

【解答】解：设 AB 的长度为 x 米，则 BC 的长度为（$100-4x$）米．

根据题意得 （$100-4x$）$x=400$，

解得 $x_1=20$，$x_2=5$．

则 $100-4x=20$ 或 $100-4x=80$．

$\because 80>25$，

$\therefore x_2=5$ 舍去．

即 $AB=20$，$BC=20$．

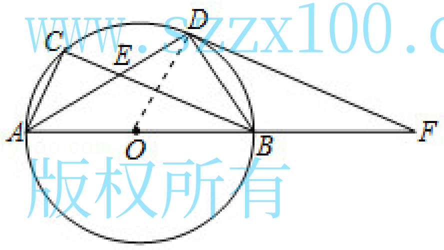
答：羊圈的边长 AB，BC 分别是 20 米、20 米．

23．【分析】（1）如图，连结 OD，只需推知 $OD\perp DF$ 即可证得结论；

（2）根据平行线的性质得到 $\angle FDB=\angle CBD$，由圆周角的性质可得 $\angle CAD=\angle BAD=\angle CBD=\angle BDF$，即 AD 平分 $\angle BAC$；

（3）由勾股定理可求 AD 的长，通过 $\triangle BDE\backsim\triangle ADB$，可得 $\frac{DE}{BD}=\frac{BD}{AD}$，可求 $DE=\frac{9}{2}$，$AE=\frac{7}{2}$，由锐角三角函数可求 CE 的长．

【解答】解：（1）连接 OD，



∵AB 是直径，

∴$\angle ADB=90°$，

∴$\angle ADO+\angle ODB=90°$，

∵$OA=OD$，

∴$\angle BAD=\angle ADO$，

∵$\angle BDF=\angle BAD$，

∴$\angle BDF+\angle ODB=90°$，

∴$\angle ODF=90°$，

∴$OD\perp DF$，

∴DF 是⊙O 的切线；

（2）∵$DF\parallel BC$，

∴$\angle FDB=\angle CBD$，

∵$\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{CD}$，

∴$\angle CAD=\angle CBD$，且 $\angle BDF=\angle BAD$，

∴$\angle CAD=\angle BAD=\angle CBD=\angle BDF$，

∴AD 平分 $\angle BAC$；

（3）∵$AB=10$，$BD=6$，

∴$AD=\sqrt{AB^2-BD^2}=\sqrt{100-36}=8$，

∵$\angle CBD=\angle BAD$，$\angle ADB=\angle BDE=90°$，

∴$\triangle BDE\backsim\triangle ADB$，

∴$\frac{DE}{BD}=\frac{BD}{AD}$，∴$\frac{DE}{6}=\frac{6}{8}$，∴$DE=\frac{9}{2}$，

∴$AE=AD-DE=\frac{7}{2}$，

∵$\angle CAD=\angle BAD$，

∴$\sin\angle CAD=\sin\angle BAD$

∴$\frac{CE}{AE}=\frac{BD}{AB}$　∴$\frac{CE}{\frac{7}{2}}=\frac{6}{10}$　∴$CE=\frac{21}{10}$

24.【分析】(1) 首先连接 OD，由圆周角定理，可求得$\angle DOB$的度数，又由⊙O的直径为$2\sqrt{3}$，即可求得其半径，然后由弧长公式，即可求得答案；

(2) 首先证得$\triangle ACD\backsim\triangle BED$，然后由相似三角形的对应边成比例，可得$\frac{AC}{BE}=\frac{AD}{BD}$，继而求得答案；

(3) 首先求得 A 与 E 重合时 α 的度数，则可求得点 E 在线段 BA 的延长线上时，α 的取值范围.

【解答】解：(1) 连接 OD，

∵$\alpha=20°$，

∴$\angle DOB=2\alpha=40°$，

∵$AB=2\sqrt{3}$，

∴⊙O 的半径为：$\sqrt{3}$，

∴$\overset{\frown}{BD}$的长为：$\frac{40\cdot\pi\times\sqrt{3}}{180}=\frac{2\sqrt{3}}{9}\pi$；

(2) ∵AB 是⊙O 的直径，

∴$\angle ADB=90°$，

∵$\alpha=30°$，

∴$\angle B=60°$，

∵$AC\perp AB$，$DE\perp CD$，

∴$\angle CAB=\angle CDE=90°$，

∴$\angle CAD=90°-\alpha=60°$，

∴$\angle CAD=\angle B$，

∵$\angle CDA+\angle ADE=\angle ADE+\angle BDE=90°$，

∴$\angle CDA=\angle BDE$，

∴$\triangle ACD\backsim\triangle BED$，∴$\frac{AC}{BE}=\frac{AD}{BD}$，

∵$AB=2\sqrt{3}$，$\alpha=30°$，∴$BD=\frac{1}{2}AB=\sqrt{3}$，

∴$AD=\sqrt{AB^2-BD^2}=3$，

∴$\frac{2}{BE}=\frac{3}{\sqrt{3}}$，∴$BE=\frac{2\sqrt{3}}{3}$；

(3) 如图，当 E 与 A 重合时，

∵AB 是直径，$AD\perp CD$，

∴$\angle ADB=\angle ADC=90°$，

∴C，D，B 共线，

∵$AC\perp AB$，

∴在 Rt$\triangle ABC$ 中，$AB=2\sqrt{3}$，$AC=2$，

∴$\tan\angle ABC=\frac{AC}{AB}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

∴$\angle ABC=30°$，

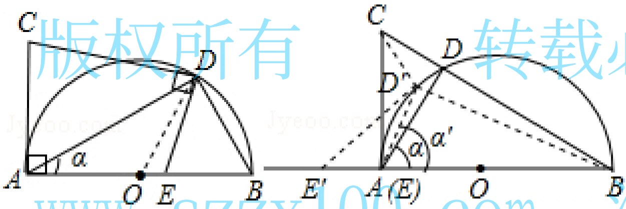
∴$\alpha=\angle DAB=90°-\angle ABC=60°$，

当E'在BA的延长线上时，如图，可得$\angle D'AB>\angle DAB=60°$，

∵$0°<\alpha<90°$，

∴α的取值范围是：$60°<\alpha<90°$．

故答案为：$60°<\alpha<90°$．



25．【分析】（1）设$OE=x$，则$OD=x-1$，根据勾股定理列出方程即可求出x的值，再根据翻折证明$\triangle DOE\backsim\triangle EAB$，对应边成比例可求出$AE$的长，进而求出点$B$的坐标；

（2）设⊙P与$\triangle BDE$一边所在直线相切于点F、G，分两种情况讨论进行求解，即可求出r的值，进而得出点P的坐标．

【解答】解：（1）如图，设$OE=x$，则$OD=x-1$，

∵$OC=8$，

∴$CD=OC-OD=8-(x-1)=9-x$，

在Rt$\triangle ODE$中，$DE=CD=9-x$，

根据勾股定理，得

$(9-x)^2=x^2+(x-1)^2$，

整理，得$x^2+16x-80=0$，

解得$x_1=4$，$x_2=-20$（不符合题意，舍去），

∴$OE=4$，$OD=3$，$DE=5$，

根据翻折可知：

$BC=BE$，$\angle BED=\angle BCD=90°$，

∴$\angle DEO+\angle BEA=\angle DEO+\angle EDO=90°$，

∴$\angle EDO=\angle BEA$，

∵$\angle DOE=\angle EAB=90°$，

∴$\triangle DOE\backsim\triangle EAB$，

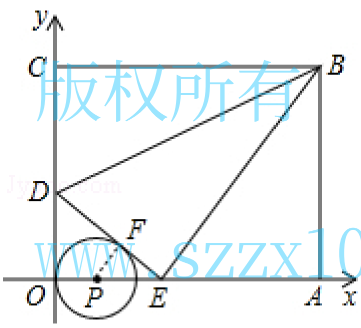
∴$\frac{OD}{AE}=\frac{OE}{AB}$，∴$\frac{3}{AE}=\frac{4}{8}$，∴$AE=6$，

∴$OA=OE+AE=4+6=10$，

∴点B的坐标为$(10，8)$；

（2）①设⊙P与$\triangle BDE$一边DE所在直线相切于点F，

如图，连接PF，则$PF\perp DE$，



根据切线长定理可知：

$DF=OD=3$，

则 $EF=DE-DF=5-3=2$，

设⊙P 的半径为 r，

则 $OP=PF=r$，

$PE=OE-OP=4-r$，

在 Rt△PEF 中，根据勾股定理，得

$(4-r)^2=r^2+2^2$，

解得 $r=\frac{3}{2}$，

∴$OP=\frac{3}{2}$.

②设⊙P 与△BDE 一边 BE 所在直线相切于点 G，

则 $PG\perp BE$，

∴$PO=PG=r$，

则 $PE=OE-OP=4-r$，

∵△PEG∽△EAB，

∴$\frac{r}{4-r}=\frac{8}{10}$，

∴$r=\frac{16}{9}$.

③设⊙P 与△BDE 一边 BD 所在直线相切于点 H，

则 $PH\perp BD$，

∴$PO=PH=r$，

∴$CP=OC-OP=10-r$，

∵$BC=8$，

∴$BP^2=CP^2+BC^2=(10-r)^2+8^2$，

根据切线长定理可知：

$OD=DH=3$，

∴$AD=AO-OD=8-3=5$，

∵$AB=10$，

∴$BD=\sqrt{10^2+5^2}=5\sqrt{5}$，

∴$BH=BD-DH=5\sqrt{5}-3$，

∴$BP^2=BH^2+PH^2=(5\sqrt{5}-3)^2+r^2$，

∴$(10-r)^2+8^2=(5\sqrt{5}-3)^2+r^2$，

解得 $r=\frac{3+3\sqrt{5}}{2}$.

∴$P(\frac{3+3\sqrt{5}}{2}, 0)$.

答：点 P 的坐标为 $(\frac{3}{2}, 0)$ 或 $(\frac{16}{9}, 0)$ 或 $(\frac{3+3\sqrt{5}}{2}, 0)$.

26.【分析】(1) 由题意知 $CD\perp OA$，所以△ACD∽△ABO，利用对应边的比求出 AD 的长度，若 Q 与 D 重合时，则，$AD+OQ=OA$，列出方程即可求出 t 的值；

（2）由于 $0<t\leqslant 5$，当 Q 经过 A 点时，$OQ=4$，此时用时为 $4s$，过点 P 作 $PE\perp OB$ 于点 E，利用垂径定理即可求出⊙P 被 OB 截得的弦长；

（3）若⊙P 与线段 QC 只有一个公共点，分以下两种情况，①当 QC 与⊙P 相切时，计算出此时的时间；②当 Q 与 D 重合时，计算出此时的时间；由以上两种情况即可得出 t 的取值范围．

【解答】解：（1）∵$OA=6$，$OB=8$，

∴由勾股定理可求得：$AB=10$，

由题意知：$OQ=AP=t$，

∴$AC=2t$，

∵AC 是⊙P 的直径，

∴$\angle CDA=90°$，

∴$CD\parallel OB$，

∴$\triangle ACD\backsim\triangle ABO$，

∴$\frac{AC}{AB}=\frac{AD}{OA}$，

∴$AD=\frac{6}{5}t$，

当 Q 与 D 重合时，

$AD+OQ=OA$，

∴$\frac{6}{5}t+t=6$，

∴$t=\frac{30}{11}$；

（2）当⊙Q 经过 A 点时，如图 1，

$OQ=OA-QA=4$，

∴$t=\frac{4}{1}=4s$，

∴$PA=4$，

∴$BP=AB-PA=6$，

过点 P 作 $PE\perp OB$ 于点 E，⊙P 与 OB 相交于点 F、G，

连接 PF，

∴$PE\parallel OA$，

∴$\triangle PEB\backsim\triangle AOB$，

∴$\frac{PE}{OA}=\frac{BP}{AB}$，

∴$PE=\frac{18}{5}$，

∴由勾股定理可求得：$EF=\frac{2\sqrt{19}}{5}$，

由垂径定理可求知：$FG=2EF=\frac{4\sqrt{19}}{5}$；

（3）当 QC 与⊙P 相切时如图 2，

此时$\angle QCA=90°$，

∵$OQ=AP=t$，

∴$AQ=6-t$，$AC=2t$，

∵$\angle A=\angle A$，

$\angle QCA=\angle AOB$，

∴$\triangle AQC\backsim\triangle ABO$，

∴$\frac{AQ}{AB}=\frac{AC}{OA}$，∴$\frac{6-t}{10}=\frac{2t}{6}$，∴$t=\frac{18}{13}$，

∴当$0<t\leqslant\frac{18}{13}$时，⊙$P$与$QC$只有一个交点，

当$QC\perp OA$时，

此时Q与D重合，

由（1）可知：$t=\frac{30}{11}$，

∴当$\frac{30}{11}<t\leqslant 5$时，⊙$P$与$QC$只有一个交点，

综上所述，当，⊙P与QC只有一个交点，t的取值范围为：$0<t\leqslant\frac{18}{13}$或$\frac{30}{11}<t\leqslant 5$.

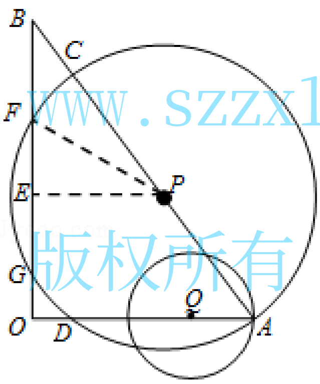


图1

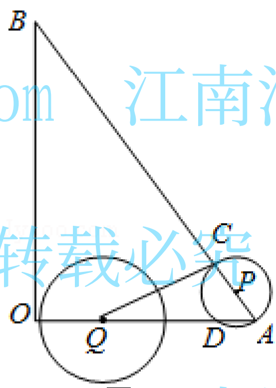


图2

27.【分析】（1）由垂直定义得$\angle A+\angle APO=90°$，根据等腰三角形的性质由$CP=CB$得$\angle CBP=\angle CPB$，根据对顶角相等得$\angle CPB=\angle APO$，所以$\angle APO=\angle CBP$，而$\angle A=\angle OBA$，所以$\angle OBC=\angle CBP+\angle OBA=\angle APO+\angle A=90°$，然后根据切线的判定定理得到$BC$是⊙$O$的切线；

（2）设$BC=x$，则$PC=x$，在Rt$\triangle OBC$中，根据勾股定理得到$5^2+x^2=(x+3)^2$，然后解方程即可；

（3）作$CD\perp BP$于D，由等腰三角形三线合一的性质得，$PD=BD=\frac{1}{2}PB=\frac{3\sqrt{5}}{5}$，$\frac{S_1}{S_2}=\frac{10}{9}$得出$\frac{S_{\triangle AOP}}{S_{\triangle PCD}}=\frac{20}{9}$，通过证得$\triangle AOP\backsim\triangle PCD$，即可求得$CD=\frac{6\sqrt{5}}{5}$，然后解直角三角形即可求得.

【解答】（1）证明：连接OB，如图，

∵$OP\perp OA$，

∴$\angle AOP=90°$，

∴$\angle A+\angle APO=90°$，

∵$CP=CB$，

∴$\angle CBP=\angle CPB$，

而$\angle CPB=\angle APO$，

∴$\angle APO=\angle CBP$，

∵$OA=OB$，

∴$\angle A=\angle OBA$，

∴$\angle OBC=\angle CBP+\angle OBA=\angle APO+\angle A=90^\circ$，

∴$OB\perp BC$，

∴BC 是⊙O 的切线；

（2）解：设 $BC=x$，则 $PC=x$，

在 Rt△OBC 中，$OB=OA=5$，$OC=CP+OP=x+3$，

∵$OB^2+BC^2=OC^2$，

∴$5^2+x^2=(x+3)^2$，

解得 $x=\frac{8}{3}$，

即 BC 的长为$\frac{8}{3}$；

（3）解：如图，作 $CD\perp BP$ 于 D，

∵$PC=PB$，

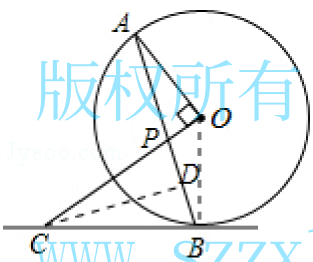
∴$PD=BD=\frac{1}{2}PB=\frac{3\sqrt{5}}{5}$，

∵$\angle PDC=\angle AOP=90^\circ$，$\angle APO=\angle CPD$，

∴△AOP∽△PCD，

∴$\frac{S_1}{S_2}=\frac{10}{9}$，∴$\frac{S_{\triangle AOP}}{S_{\triangle PCD}}=\frac{20}{9}$，∴$\frac{OA^2}{CD^2}=\frac{20}{9}$，

∵$OA=4$，∴$CD=\frac{6\sqrt{5}}{5}$，∴$\tan\angle CBP=\frac{CD}{BD}=2$．



28．【分析】（1）根据路程，速度，时间之间的关系结合已知条件解决问题即可．

（2）如图 1﹣2 中，当 $PQ\parallel AC$ 时，则有$\frac{AQ}{AB}=\frac{AP}{AC}$，由此构建方程即可解决问题．

（3）分三种情形①如图 3﹣1 中，当⊙O 与 AB 相切时，$QP\perp AB$．②如图 3﹣2 中，当⊙O 与 BC 相切时，$QP\perp BC$．③如图 3﹣3 中，当⊙O 与 AC 相切时，设切点为 H，连接 OH．作 $PM\perp AC$ 于 M，$PK\perp BC$ 于 K．分别构建方程求解即可．

【解答】解：（1）由图 2 可知，点 P 从 A 运动到 C 的时间$=\frac{16}{5}-2=\frac{6}{5}$秒，

∴点 P 的运动速度$=\dfrac{6}{\frac{6}{5}}=5cm$/秒.

∴$AB=5\times2=10$,

∵$\angle ACB=90°$,

∴$BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$,

如图 1 - 1 中，作 $QH\perp AC$ 于 H.

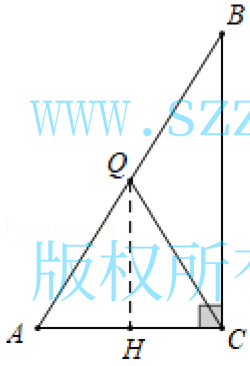


图1-1

由图 3 可知，$t=\dfrac{13}{4}s$ 时，$\triangle AQC$ 的面积为 12，

∴$\dfrac{1}{2}\cdot AC\cdot QH=12$,

∴$\dfrac{1}{2}\times6\times QH=12$,

∴$QH=4$,

∵$QH\parallel BC$,

∴$\dfrac{QH}{AC}=\dfrac{AQ}{BC}=\dfrac{4}{8}=\dfrac{1}{2}$,

∴$AQ=QB=5$,

∴$BC+BQ=5+8=13$,

∴点 Q 的运动速度$=\dfrac{13}{\frac{13}{4}}=4cm$/秒.

故答案为 5，4.

（2）如图 1 - 2 中，当 $PQ\parallel AC$ 时，则有$\dfrac{AQ}{AB}=\dfrac{AP}{AC}$,

图1-2

$\therefore \frac{18-4t}{10}=\frac{5t-10}{6}$,

解得 $t=\frac{104}{37}$,

$\therefore$当 $t=\frac{104}{37}$秒时，$PQ \parallel BC$.

（3）①如图 3﹣1 中，当⊙O 与 AB 相切时，$QP \perp AB$.

图3-1

$\because \triangle QPB \backsim \triangle ACB$,

$\therefore \frac{BP}{BC}=\frac{BQ}{AB}$,

$\therefore \frac{5t}{8}=\frac{8-4t}{10}$,

$\therefore t=\frac{32}{41}$

②如图 3﹣2 中，当⊙O 与 BC 相切时，$QP \perp BC$.

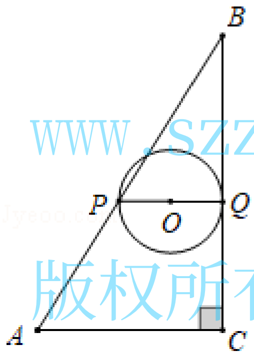


图3-2

∵△BQP∽△BCA，

∴$\frac{BP}{AB}=\frac{BQ}{BC}$，∴$\frac{5t}{10}=\frac{8-4t}{8}$，∴$t=1$．

③如图 3﹣3 中，当⊙O 与 AC 相切时，设切点为 H，连接 OH．作 $PM\perp AC$ 于 M，$PK\perp BC$ 于 K．

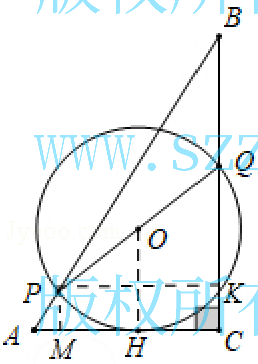


图3-3

则 $OH\perp AC$，$OH=\frac{1}{2}PQ$，

由题意 $PM=\frac{4}{5}$（10﹣5t）=8﹣4t，$AM=\frac{3}{5}$（10﹣5t）=6﹣3t，

∵四边形 $PKCM$ 是矩形，

∴$PK=CM=6-(6-3t)=3t$，$CK=QC-KC=QC-PM=8t-8$，

∵$PM\parallel OH\parallel QC$，$OP=OQ$，

∴$HM=HC$，

∴$OH=\frac{1}{2}(PM+CQ)=4$，

∴$PQ=8$，\

在 Rt△PQK 中，则有 $8^2=(3t)^2+(8t-8)^2$，

解得 $t=\frac{128}{73}$或 0，

综上所述，满足条件的 t 的值为$\frac{32}{41}$或 1 或$\frac{128}{73}$或 0．