

# 初三数学《圆》复习与训练

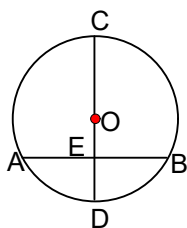
20211119

## 一、知识回顾:

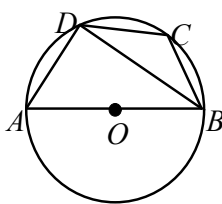
1. 基本概念: 圆、弧(优弧、劣弧、半圆、等弧)、弦(直径)、圆心角、圆周角.
2. 确定一个圆: (1) 两要素是\_\_\_\_\_和\_\_\_\_\_; (2) \_\_\_\_\_同一直线上的三点确定一个圆.
3. 点与圆的位置关系:  $d > r \Leftrightarrow$  \_\_\_\_\_;  $d = r \Leftrightarrow$  \_\_\_\_\_;  $d < r \Leftrightarrow$  \_\_\_\_\_.
4. 从对称性考虑, 圆是\_\_\_\_\_对称图形, 也是\_\_\_\_\_对称图形.
5. 圆心角、弧、弦的关系定理: (1) 在\_\_\_\_\_, 如果两个圆心角、\_\_\_\_\_, 两条弦中有一组量相等, 那么它们所\_\_\_\_\_的其余各组量都分别相等. (2) 圆心角度数与它所对的\_\_\_\_\_的度数相等.
6. 垂径定理: \_\_\_\_\_于弦的直径\_\_\_\_\_弦, 且\_\_\_\_\_这条弦所对的两条\_\_\_\_\_.
7. 圆周角定理: 同弧或等弧所对的圆周角\_\_\_\_\_, 且都等于该弧所对的圆心角\_\_\_\_\_.
8. 圆周角定理推论: 直径(或半圆)所对的圆周角是\_\_\_\_\_,  $90^\circ$ 的圆周角所对的弦是\_\_\_\_\_.
9. 直线与圆的位置关系:  
(1)  $d > r \Leftrightarrow$  直线与圆有\_\_\_\_\_个公共点  $\Leftrightarrow$  直线与圆\_\_\_\_\_;  $d = r \Leftrightarrow$  直线与圆有\_\_\_\_\_个公共点  $\Leftrightarrow$  直线与圆\_\_\_\_\_;
10. (1) 切线的判定定理: 经过半径的\_\_\_\_\_并且\_\_\_\_\_于这条半径的直线是圆的切线.  
(2) 切线的性质定理: 圆的切线\_\_\_\_\_于经过切点的\_\_\_\_\_.
11. 三角形的外心、内心、重心和垂心:  
(1) ① 三角形的外心是三角形的\_\_\_\_\_的圆心; ② 三角形的外心是三角形的\_\_\_\_\_的交点; ③ 三角形的外心到三角形的\_\_\_\_\_的距离相等.  
(2) ① 三角形的内心是三角形的\_\_\_\_\_的圆心; ② 三角形的内心是三角形的\_\_\_\_\_的交点; ③ 三角形的内心到三角形的\_\_\_\_\_的距离相等.  
(3) 三角形的重心是三角形的\_\_\_\_\_的交点, 三角形的垂心是三角形的\_\_\_\_\_的交点.
12. 圆的内接四边形的对角\_\_\_\_\_.

## 二、基础练习:

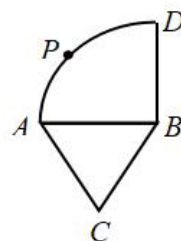
1.  $\odot O$  的半径  $r=4\text{cm}$ , 若  $OA=5\text{cm}$ , 则  $OA$  的中点  $P$  与  $\odot O$  位置关系是\_\_\_\_\_.
2. 已知  $\odot O$  的半径为 3, (1) 若圆心  $O$  到直线  $a$  的距离  $d$  等于 4, 则直线  $a$  与  $\odot O$  位置关系是\_\_\_\_\_;
3.  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C=90^\circ$ ,  $AC=3$ ,  $BC=4$ , 则它的外接圆半径为\_\_\_\_\_, 内切圆半径为\_\_\_\_\_.
4.  $\triangle ABC$  中,  $\angle A=50^\circ$ , (1) 若  $O$  为  $\triangle ABC$  的外心, 则  $\angle BOC=$ \_\_\_\_\_;
5. 点  $P$  在  $\odot O$  内,  $OP=2\text{cm}$ , 若  $\odot O$  的半径是  $3\text{cm}$ , 则过点  $P$  的最短的弦的长度为\_\_\_\_\_.
6. 小红的衣服被一个铁钉划了一个呈直角三角形的一个洞, 其中三角形两边长分别为  $1\text{cm}$  和  $2\text{cm}$ , 若用同色圆形布将此洞全部覆盖, 那么这个圆布的直径最小应等于\_\_\_\_\_.
7. 如图, 在  $\odot O$  中, 直径  $CD \perp AB$  于点  $E$ , (1) 若  $AB=8\text{cm}$ ,  $OE=3\text{cm}$ , 则  $\odot O$  的半径为\_\_\_\_\_;
8. 如图,  $\odot O$  的直径  $AB=10\text{cm}$ , (1) 若  $\angle BDC=30^\circ$ , 则  $\angle ABC=$ \_\_\_\_\_°; 弦  $BC$  的长为\_\_\_\_\_  $\text{cm}$ ; (2) 若  $\angle BAD=38^\circ$ ,  $C$  是  $\widehat{BD}$  的中点, 则  $\angle DBC=$ \_\_\_\_\_°.



第 7 题



第 8 题



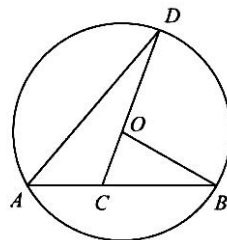
第 10 题

9. 圆的半径为 10, 两条平行弦的长分别为 12 和 16, 则两弦之间的距离为\_\_\_\_\_.

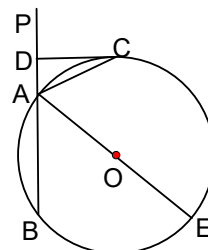
10. 如图,  $\widehat{AD}$  是以等边  $\triangle ABC$  一边  $AB$  为半径的四分之一圆周,  $P$  为  $\widehat{AD}$  上任意一点, 若  $AC=5$ , 则四边形  $ACBP$  周长的最大值是 ( )
- A. 15      B. 20      C.  $15+5\sqrt{2}$       D.  $15+5\sqrt{5}$
11. 下列说法中, 正确的有\_\_\_\_\_. ①圆的半径垂直于圆的切线; ②圆周角等于圆心角的一半; ③等弧所对的圆心角相等; ④相等的圆周角所对的弧相等; ⑤在同圆或者等圆中, 相等的两条弦所对的弧相等; ⑥三角形的外心到三角形各顶点的距离相等; ⑦三角形的外心是三角形的角平分线的交点; ⑧经过三点一定可以作圆; ⑨一个三角形的外心一定在它的内部.

### 三、问题探讨:

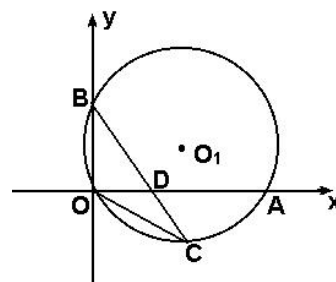
- 问题 1: 如图, 已知  $AB$  是  $\odot O$  的弦,  $OB=2$ ,  $\angle B=30^\circ$ ,  $C$  是弦  $AB$  上任意一点 (不与点  $A$ 、 $B$  重合), 连接  $CO$  并延长  $CO$  交  $\odot O$  于点  $D$ , 连接  $AD$ . (1) 弦长  $AB=$ \_\_\_\_\_ (结果保留根号);
- (2) 当  $\angle D=20^\circ$  时, 求  $\angle BOD$  的度数; (3) 当  $AC$  的长度为多少时, 以点  $A$ 、 $C$ 、 $D$  为顶点的三角形与以  $B$ 、 $C$ 、 $O$  为顶点的三角形相似?



- 问题 2: 如图, 已知直线  $PA$  交  $\odot O$  于  $A$ 、 $B$  两点,  $AE$  是  $\odot O$  的直径, 点  $C$  为  $\odot O$  上一点, 且  $AC$  平分  $\angle PAE$ , 过  $C$  作  $CD \perp PA$ , 垂足为  $D$ . (1) 求证:  $CD$  为  $\odot O$  的切线; (2) 若  $DC+DA=6$ ,  $\odot O$  的直径为 10, 求  $AB$  的长度.

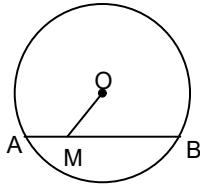


- 问题 3: 如图直径为 13 的  $\odot O_1$  经过原点  $O$ , 并且与  $x$  轴、 $y$  轴分别交于  $A$ 、 $B$  两点, 线段  $OA$ 、 $OB$  ( $OA>OB$ ) 的长分别是方程  $x^2+kx+60=0$  的两个根.
- (1) 求线段  $OA$ 、 $OB$  的长;
- (2) 已知点  $C$  在劣弧  $OA$  上, 连结  $BC$  交  $OA$  于  $D$ , 当  $OC^2=CD \cdot CB$  时, 求  $C$  点的坐标;
- (3) 在 (2) 的条件下,  $\odot O_1$  上是否存在点  $P$ , 使  $S_{\triangle POD}=S_{\triangle ABD}$ ? 若存在, 求出点  $P$  的坐标; 若不存在, 请说明理由.

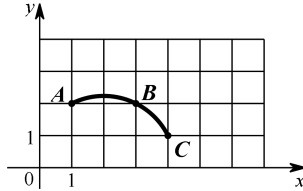


#### 四、作业提升:

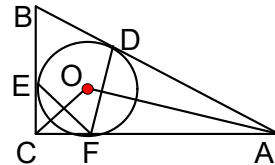
1. 已知 $\odot O$ 的面积为 $9\pi \text{ cm}^2$ , 若点 $O$ 到直线 $a$ 的距离为 $\pi \text{ cm}$ , 则直线 $a$ 与 $\odot O$ 的位置关系是\_\_\_\_\_.
2. 如图, 若 $\odot O$ 直径为10, 弦 $AB=8$ ,  $M$ 是 $AB$ 上的一动点, 则 $OM$ 的最小值是\_\_\_\_\_, 若 $OM$ 的长取整数值时 $M$ 点的个数有\_\_\_\_\_.
3. 如图, 在平面直角坐标系中, 过格点 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 作一圆弧, 则点 $B$ 与下列格点的连线中, 能够与该圆弧相切的是 ( ) A. 点 $(0, 3)$  B. 点 $(2, 3)$  C. 点 $(5, 1)$  D. 点 $(6, 1)$



第2题

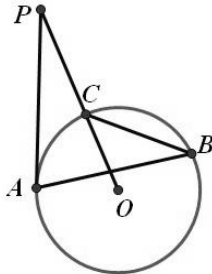


第3题

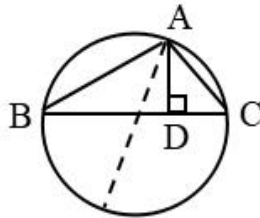


第5题

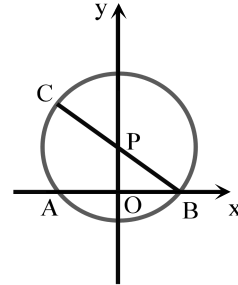
4. 在平面直角坐标系中, 圆心 $A$ 的坐标为 $(2, 0)$ ,  $\odot A$ 的半径为4, 则点 $P(-2, 1)$ 与 $\odot A$ 的位置关系是\_\_\_\_\_.



第6题

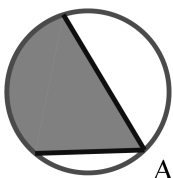


第7题

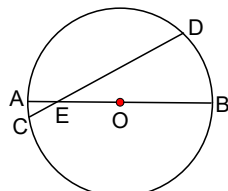


第8题

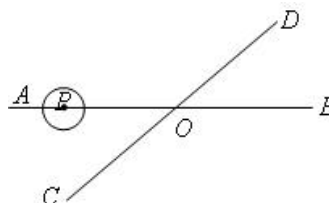
5. 如图,  $\odot O$ 内切于 $\triangle ABC$ ,  $\angle ACB=90^\circ$ , 又 $D$ 、 $E$ 、 $F$ 为切点. ① $\angle B=50^\circ$ , 则 $\angle AOC=$ \_\_\_\_\_,  $\angle EFD=$ \_\_\_\_\_; ②若 $BC=3$ ,  $AC=4$ , 则 $\triangle ABC$ 的内切圆半径为\_\_\_\_\_,  $BE=$ \_\_\_\_\_.
6. 如图,  $PA$ 与 $\odot O$ 相切, 切点为 $A$ ,  $PO$ 交 $\odot O$ 于点 $C$ , 点 $B$ 是优弧 $CBA$ 上一点, 若 $\angle ABC=32^\circ$ , 则 $\angle P$ 的度数为\_\_\_\_\_.
7. 如图,  $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ,  $AD \perp BC$ 于点 $D$ ,  $AD=2\text{cm}$ ,  $AB=4\text{cm}$ ,  $AC=3\text{cm}$ , 则 $\odot O$ 的直径是\_\_\_\_\_.
8. 如图, 点 $P$ 在 $y$ 轴上,  $\odot P$ 交 $x$ 轴于 $A$ 、 $B$ 两点, 连接 $BP$ 并延长交 $\odot P$ 于点 $C$ , 且 $\odot P$ 的半径为 $\sqrt{5}$ ,  $AB=4$ , 若函数 $y=\frac{k}{x}$  ( $k<0$ )的图象过点 $C$ 点, 则 $k=$ \_\_\_\_\_.
9. 如图, 有一个圆形展厅, 在其圆形边缘上的点 $A$ 处安装了一台监视器, 它的监视角度是 $55^\circ$ . 为了监控整个展厅, 最少需在圆形边缘上共安装这样的监视器\_\_\_\_\_台.
10. 如图,  $AB$ 是 $\odot O$ 直径,  $AB$ 与弦 $CD$ 交于点 $E$ , 且 $\angle DEB=30^\circ$ ,  $AE=1$ ,  $BE=5$ , 则弦 $CD$ 的长为\_\_\_\_\_.



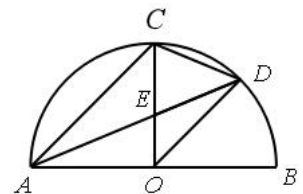
第10题



第7题



第8题



第8题

11. 如图, 直线 $AB$ 、 $CD$ 相交于点 $O$ ,  $\angle AOC=30^\circ$ , 半径为 $1\text{cm}$ 的 $\odot P$ 的圆心在射线 $OA$ 上, 开始时,  $PO=6\text{cm}$ . 如果 $\odot P$ 以 $1\text{cm/秒}$ 的速度沿由 $A$ 向 $B$ 的方向移动, 那么当 $\odot P$ 的运动时间 $t$ (秒)满足条件\_\_\_\_\_时,  $\odot P$ 与直线 $CD$ 相离.

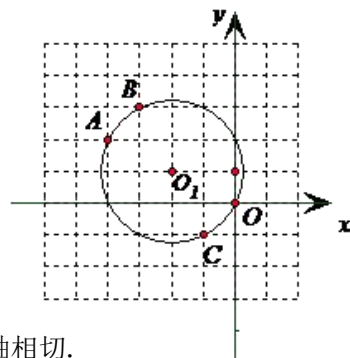
12. 已知半径为 5 的  $\odot O$  中, 弦  $AB=5\sqrt{2}$ , 弦  $AC=5$ , 则  $\angle BAC$  的度数是\_\_\_\_\_.
13. 在直角坐标系中,  $\odot M$  的圆心坐标为  $(m, 0)$ , 半径是 2,  $\odot M$  与  $y$  轴所在直线相切, 那么  $m=$ \_\_\_\_\_.
14. 如图,  $AB$  是半圆直径, 半径  $OC \perp AB$  于点  $O$ ,  $AD$  平分  $\angle CAB$  交弧  $BC$  于点  $D$ , 交  $OC$  于点  $E$ , 连结  $CD$ 、 $OD$ , 给出以下四个结论: ①  $AC \parallel OD$ ; ②  $CE=OE$ ; ③  $\triangle ODE \sim \triangle ADO$ ; ④  $2CD^2=CE \cdot AB$ . 其中正确结论的序号是\_\_\_\_\_.
15. 已知  $\odot O_1$  经过  $A(-4,2)$ ,  $B(-3,3)$ ,  $C(-1,-1)$ ,  $O(0,0)$  四点, 一次函数  $y=-x-2$  的图象是直线  $l$ , 直线  $l$  与  $y$  轴交于点  $D$ .

(1) 在如图的平面直角坐标系中画出直线  $l$ ,

则直线  $l$  与  $\odot O_1$  的交点坐标为\_\_\_\_\_;

(2) 若  $\odot O_1$  上存在整点  $P$  (横坐标与纵坐标均为整数的点称为整点), 使得  $\triangle APD$  为等腰三角形, 所有满足条件的点  $P$  的坐标为\_\_\_\_\_;

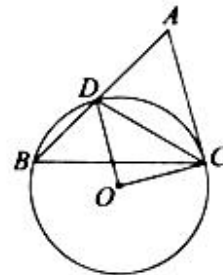
(3) 将  $\odot O_1$  沿  $x$  轴向右平移\_\_\_\_\_个单位时,  $\odot O_1$  与  $y$  轴相切.



16. 已知: 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $D$  是  $AB$  边上一点,  $\odot O$  过  $D$ 、 $B$ 、 $C$  三点,  $\angle DOC=2\angle ACD=90^\circ$ .

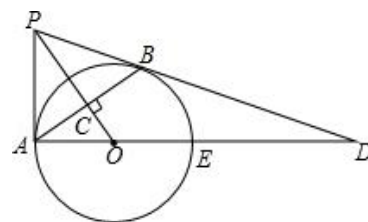
(1) 求证: 直线  $AC$  是  $\odot O$  的切线;

(2) 如果  $\angle ACB=75^\circ$ ,  $\odot O$  的半径为 4, 求  $BD$  的长.



17. 如图,  $PB$  为  $\odot O$  的切线,  $B$  为切点, 过  $B$  作  $OP$  的垂线  $BA$ , 垂足为  $C$ , 交  $\odot O$  于点  $A$ , 连接  $PA$ 、 $AO$ , 并延长  $AO$  交  $\odot O$  于点  $E$ , 与  $PB$  的延长线交于点  $D$ .

(1) 求证:  $PA$  是  $\odot O$  的切线; (2) 若  $\frac{OC}{AC}=\frac{2}{3}$ , 且  $OC=4$ , 求  $PA$  的长和  $\tan \angle D$  的值.



18. 如图, 已知  $A$ 、 $B$  两点的坐标分别为  $(-2, 0)$ 、 $(0, 1)$ ,  $\odot C$  的圆心坐标为  $(0, -1)$ , 半径为 1. 若  $D$  是  $\odot C$  上的一个动点, 射线  $AD$  与  $y$  轴交于点  $E$ , 求  $\triangle ABE$  面积的最

