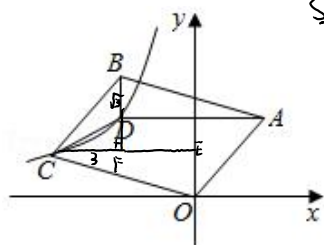


2022 春季数学压轴每日一练 (八)

2021 振华二模

10. 如图, 点 D 是 $\square OABC$ 内一点, AD 与 x 轴平行, BD 与 y 轴平行, $BD = \sqrt{3}$, $\angle BDC = 120^\circ$. $S_{\triangle BDC} = \frac{3}{2}\sqrt{3}$,

若反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x < 0$) 的图象经过 C, D 两点, 则 k 的值是 (A)



$$S_{\triangle BDC} = \frac{1}{2} \times BD \times CF = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times CF = \frac{3}{2}\sqrt{3}$$

$$\therefore CF = 3$$

$$\therefore \angle BDC = 120^\circ$$

$$\therefore \angle CDF = 60^\circ$$

$$\therefore DF = \sqrt{3}$$

$$\triangle ABD \cong \triangle COE$$

$$OE = \sqrt{3}$$

$$C(m, \sqrt{3}), D(m+3, 2\sqrt{3})$$

$$\sqrt{3}m = 2\sqrt{3}(m+3)$$

$$m = 2m + 6$$

$$m = -6$$

$$\therefore C(-6, \sqrt{3})$$

$$k = -6\sqrt{3}$$

两点在反比例函数上
反比例函数共有点问题
横纵坐标乘积相等

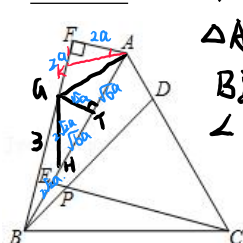
A. $-6\sqrt{3}$

B. -6

C. $-3\sqrt{3}$

D. -3

18. 如图, $\triangle ABC$ 为等边三角形, 点 D, E 分别在 AC, AB 上, 且 $AD = BE$, 连接 BD, CE 交于点 P , 在 $\triangle ABC$ 外部作 $\angle ABF = \angle ABD$, 过点 A 作 $AF \perp BF$ 于点 F , 若 $\angle ADB = \angle ABF + 90^\circ$, $BF - AF = 3$, 则 $BP =$ _____.



$$AD = BE$$

$$\triangle ADB \cong \triangle BEC$$

$$BD = EC$$

$$\angle DPC = 60^\circ$$

$$\text{取 } FG = FA$$

$$\therefore FB - FA = 3$$

$$\therefore BG = 3$$

$$(\sqrt{2}a)^2 + (2\sqrt{2}at + \sqrt{2}a)^2 = 9$$

$$a = \frac{3}{2}(\sqrt{2}-1)$$

$$\therefore AB = 3\sqrt{2}, AF = \frac{3}{2}(\sqrt{2}-1)$$

$$\text{取 } \angle FAK = 30^\circ$$

$$\therefore AK = AD$$

$$\therefore AD = AK = \frac{2}{\sqrt{3}}AF = 3 - \sqrt{3}$$

$$90 + x = x$$

$$90 + 2x = 120^\circ$$

$$x = 15^\circ$$

解三角形的基本功

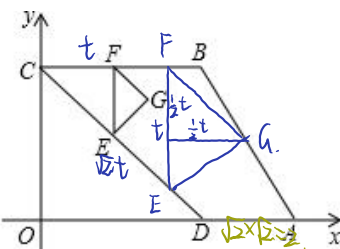
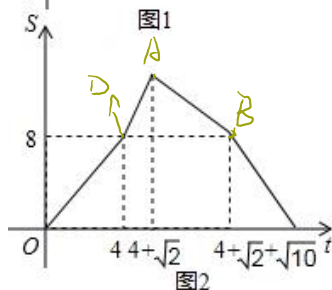
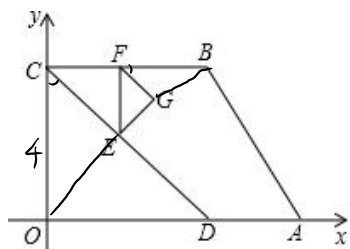
27. 如图 (1), 四边形 $ABCD$ 的顶点 A, D, C 分别在 x, y 轴的正半轴上, $AD \parallel BC$, $OC = 4\text{cm}$. 动点 E 从点 C 出发, 沿 $C \rightarrow D \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C$ 匀速运动, 动点 F 以每秒 1cm 的速度从 C 出发沿线段 CB 向点 B 来回运动, 当 E 点运动到点 C 点时, 两点同时停止运动. 若点 E, F 同时出发运动 t 秒后, 如图 (2) 是 $\triangle OEC$ 的面积 S (cm^2) 与 t (秒) 的函数关系图象, 以线段 EF 为斜边向右作等腰直角 $\triangle EFG$.

(1) 填空: 点 E 的运动速度是 $\sqrt{2}\text{cm/s}$, B 点坐标为 $(4, 4)$.

(2) 当 $0 \leq t < 4$ 秒时, E 在 $C \rightarrow D$ 时

① t 为何值时, 以 O, C, E 为顶点的三角形与 $\triangle BFG$ 相似?

② 是否存在这样的时刻 t , 使点 G 正好落在线段 AB 上, 若存在, 求此时的 t , 若不存在, 请说明理由.



备用图

① 由题意得 $\angle BFG = \angle ECP = 45^\circ$

当 $\frac{EC}{FC} = \frac{OC}{BF}$ 时, $\triangle ECD \sim \triangle GFB$

$$\therefore \frac{\sqrt{2}t}{\frac{4}{2-t}} = \frac{4}{4-t} \quad \text{解得 } t = 2$$

当 $\frac{EC}{BF} = \frac{OC}{FG}$ 时, $\triangle ECD \sim \triangle BFG$

$$\therefore \frac{\sqrt{2}t}{4-t} = \frac{4}{\frac{4}{2-t}} \quad \text{解得 } t = 2\sqrt{2} - 2 \text{ 或 } 2\sqrt{2} + 2$$

综上, t 为 2 或 $2\sqrt{2} - 2$.

② 存在.

$$\therefore B(4, 4), A(6, 0)$$

$$\therefore AB: y = -2x + 12$$

由题意可得 $G(\frac{3}{2}t, 4 - \frac{1}{2}t)$

$$\text{代入 } AB, \text{ 得 } 4 - \frac{1}{2}t = -2 \times \frac{3}{2}t + 12$$

$$\text{解得 } t = \frac{16}{5}$$

\therefore 点 G 正好落在 AB 上的时间为 $\frac{16}{5}$

28. 如图1, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + 4$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于 $A(-4, 0)$ 、 $B(2, 0)$ 两点 (点 A 在点 B 的左侧), 与 y 轴交于点 C , 点 $D(0, 3)$, 连接 AD .

(1) 求抛物线的解析式; $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 4$

(2) 点 P 是线段 AO 上一点, 过点 P 作 $PQ \perp x$ 轴交抛物线于点 Q , 交线段 AD 于点 E , 点 F 是直线 AD 上一点, 连接 FQ , $FQ = EQ$, 当 $\triangle FEQ$ 的周长最大时, 求点 Q 的坐标和 $\triangle FEQ$ 周长的最大值;

(3) 如图2, 已知 $H(\frac{9}{4}, 0)$. 将抛物线上下平移, 设平移后的抛物线在对称轴右侧部分与直线 AD 交于点 N , 连接 HN , 当 $\triangle AHN$ 是等腰三角形时, 求抛物线的平移距离 d .

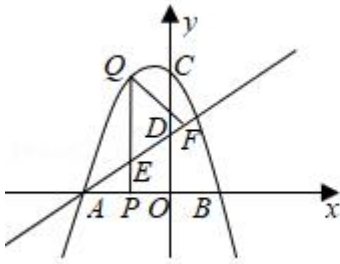


图1

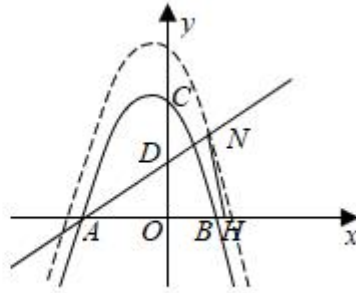


图2

12) 斜代值

$\triangle FEQ$ 形状确定.

求周长最大值即求 QE 最大值

Q: 三边比如何求?

A = 解三角形.

$$\tan \angle QEF = \frac{4}{3}$$

$$QE = QF$$



$$QF : EF : QE = 5 : 6 : 5$$

$$\therefore C_{\triangle QEF} = \frac{16}{5} QE$$

当 $m = -\frac{7}{4}$ 时 QE 最大.

$$(QE)_{\max} = \frac{81}{32} \text{ 过程同左.}$$

$$\therefore (C_{\triangle QEF})_{\max} = 8.1$$

$$\text{此时 } Q(-\frac{7}{4}, \frac{135}{32})$$

(3) 平移后的解析式为

$$y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 4 \pm d$$

$$\therefore AD: y = \frac{3}{4}x + 3$$

$$\therefore \text{设 } D(n, \frac{3}{4}n + 3)$$

代入抛物线得

$$d = |\frac{1}{2}n^2 + \frac{7}{4}n - 1|$$

$$\therefore H(\frac{9}{4}, 0) \quad A(-4, 0)$$

$$\therefore AH = \frac{25}{4}$$

① $AN = AH$ 时

$$(n+4)^2 + (\frac{3}{4}n+3)^2 = (\frac{25}{4})^2$$

解得 $n_1 = -9$ (舍), $n_2 = 1$

$$\therefore d = \frac{5}{4}$$

② $AN = NH$ 时

$$n+4 = \frac{9}{4} - n$$

解得 $n = -\frac{7}{8}$

$$\therefore d = \frac{275}{128}$$

③ $AH = NH$

$$(n-\frac{9}{4})^2 + (\frac{3}{4}n+3)^2 = (\frac{25}{4})^2$$

解得: $n_1 = -4$ (舍), $n_2 = 4$

$$\therefore d = 14$$

综上: 抛物线的平移距离为 $\frac{5}{4}$ 或 $\frac{275}{128}$ 或 14