

2022 春季初二下数学压轴每日一练（十八）

1. 如图，在一张矩形纸片 $ABCD$ 中， $AB=4$ ， $BC=8$ ，点 E ， F 分别在 AD ， BC 上，将 $ABCD$ 沿直线 EF 折叠，点 C 落在 AD 上的一点 H 处，点 D 落在点 G 处，有以下四个结论：

① 四边形 $CFHE$ 是菱形；

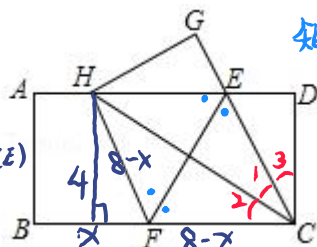
② EC 平分 $\angle DCH$ ；

③ 线段 BF 的取值范围为 $3 \leq BF \leq 4$ ；

④ 当点 H 与点 A 重合时， $EF=2\sqrt{5}$ ；

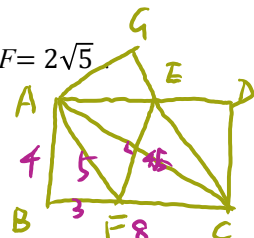
其中正确的结论是 (D)

③ 当 H 在 A 处时
 $(BF)_{\min} = 3$
 当 H 在 D 处时
 $(BF)_{\max} = 4$
 $\therefore 3 \leq BF \leq 4$



矩形折叠 \rightarrow 四边形 $HFCE$ 是菱形
 $HE=EC$ \rightarrow 菱形

$\angle 1 = \angle 2$
 若 $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$, 则为 30°
 不一定成立



面积: $\frac{1}{2} \times 4 \times 5 \times EF = 5 \times 4$
 $EF = \frac{20}{2\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$

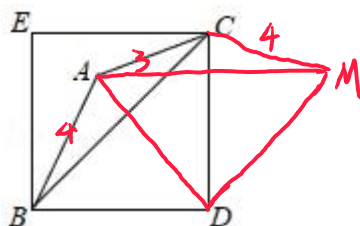
A. ①②③④

B. ①④

C. ①②④

D. ①③④

2. 如图，平面内三点 A 、 B 、 C ， $AB=4$ ， $AC=3$ ，以 BC 为对角线作正方形 $BDCE$ ，连接 AD ，则 AD 的最大值是 $\frac{7}{2}\sqrt{2}$ 。

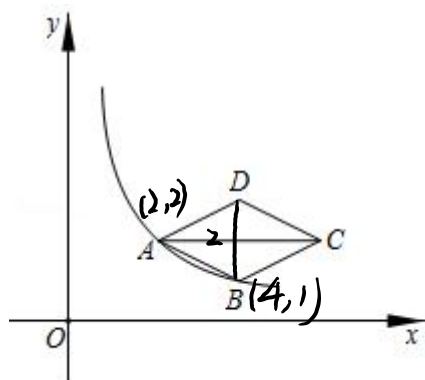


见等腰直角，再造新等腰直角

$(AM)_{\max} = 7$

$(AD)_{\max} = \frac{7}{2}\sqrt{2}$

3. 如图，菱形 $ABCD$ 的两个顶点 A 、 B 在函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象上，对角线 $AC \parallel x$ 轴，若 $AC=4$ ，点 A 的坐标为 $(2, 2)$ ，则菱形 $ABCD$ 的周长为 $4\sqrt{5}$ 。



$A(2, 2)$

$k=4$

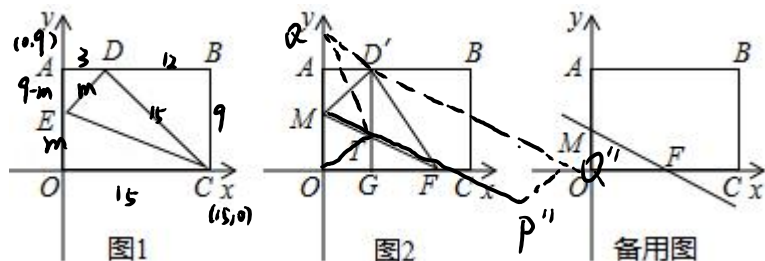
$x_B = 4$

$B(4, 1)$

$AB = \sqrt{5}$

$\therefore C_{\text{菱}} = 4\sqrt{5}$

4. 将一矩形纸片 $OABC$ 放在直角坐标系中, O 为原点, C 在 x 轴上, $OA=9$, $OC=15$.



(1) 如图 1, 在 OA 上取一点 E , 将 $\triangle EOC$ 沿 EC 折叠, 使 O 点落至 AB 边上的 D 点, 求直线 EC 的解析式;
 $Rt\triangle EAD$ 中 $(9-m)^2 + 9 = m^2$ $E(0,5)$, $C(15,0)$
 $m=5$ $EC: y = -\frac{1}{3}x + 5$

(2) 如图 2, 在 OA 、 OC 边上选取适当的点 M 、 F , 将 $\triangle MOF$ 沿 MF 折叠, 使 O 点落在 AB 边上的 D' 点, 过 D' 作 $D'G \perp CO$ 于点 G 点, 交 MF 于 T 点.

① 求证: $TG = AM$;

② 设 $T(x, y)$, 探求 y 与 x 满足的等量关系式, 并将 y 用含 x 的代数式表示 (指出变量 x 的取值范围);

(3) 在 (2) 的条件下, 当 $x=6$ 时, 点 P 在直线 MF 上, 问坐标轴上是否存在点 Q , 使以 M 、 D' 、 Q 、 P 为顶点的四边形是平行四边形, 若存在, 请直接写出 Q 点坐标; 若不存在, 请说明理由.

① 如图 2 中,

$\therefore MD' = MO$, $\angle DMF = \angle ONF$,

$\therefore OM \parallel AD'$

$\therefore \angle OMT = \angle D'TM$

$\therefore \angle D'MT = \angle D'TM$

$\therefore D'M = D'T$

$\therefore OM = OT$

$\therefore OA = OG$

$\therefore AM = TG$

② 如图 3 中连接 OT ,

由 (1) 可得 $OT = D'T$,

$x^2 + y^2 = (9-y)^2$

得 $y = -\frac{1}{3}x + \frac{9}{2}$

结合 (1) 可得 $AD' = OG = 3$ 时,

x 最小, 从而 $x \geq 3$,

当 MF 恰好平分 $\angle OAB$ 时,

AD' 最大即 x 最大,

此时 G 点与 A 重合

四边形 $AOFD'$ 为正方形,

故 x 最大为 9, 从而 $x \leq 9$.

$\therefore 3 \leq x \leq 9$

(3) 如图 4 中, $x=6$ 时, $y=\frac{5}{2}$, 即点 T 坐标 $(6, \frac{5}{2})$

$\therefore OM = D'T = 9 - \frac{5}{2} = \frac{13}{2}$

① 当 MD' 为对角线时, 点 P 与 T 重合,

$QM = D'T = \frac{13}{2}$,

$\therefore OQ = 13$

\therefore 此时点 Q 坐标 $(0, 13)$

② DM 为边时,

\therefore 四边形 $MD'QP$ 是平行四边形.

又 \therefore 四边形 $D'MOT$ 是平行四边形.

\therefore 点 P 与 T 重合, 点 Q 与 O 重合

$\therefore Q(0, 0)$

③ 当 P 在第四象限时, 四边形 $MD'Q'P'$ 是平行时.

$\therefore FM: y = -\frac{2}{3}x + \frac{13}{2}$

$D'Q' \parallel MF$

$\therefore D'Q': y = -\frac{2}{3}x + 13$

当 $y=0$ 时, $x = \frac{39}{2}$

$\therefore Q'(\frac{39}{2}, 0)$

综上: $Q(0, 0)$, $(0, 13)$, $(\frac{13}{2}, 0)$