

2023 秋季初一数学每日一题打卡 002

002 试题来源：2022 金鸡湖学校 10 月月考 25 题

数轴上表示数 -3 的点与原点的距离可记作 $|-3-0|=-3|=3$ ；表示数 -3 的点与表示数 2 的点的距离可记作 $|-3-2|=-5|=5$ 。也就是说，在数轴上，如果 A 点表示的数记为 a ， B 点表示的数记为 b 。则 A ， B 两点间的距离就可记作 $|a-b|$ 。

回答下列问题：

- (1) 数轴上表示 3 和 7 的两点之间的距离是 _____，轴上表示 2 和 -5 的两点之间的距离是 _____；
- (2) 数轴上表示 x 与 -3 的两点 A 和 B 之间的距离为 2 ，那么 x 为 _____；
- (3) ①找出所有使得 $|x+1|+|x-1|=2$ 的整数 x ；
②若 $|x+1|+|x-1|=4$ ，求 x ；
③ $|x+1|+|x-1|$ 是否有最值？如果有，请直接写出结果；如果没有，请说明理由。

试题解析

数轴上表示数 -3 的点与原点的距离可记作 $|-3-0|=-3|=3$ ；表示数 -3 的点与表示数 2 的点的距离可记作 $|-3-2|=-5|=5$ 。也就是说，在数轴上，如果 A 点表示的数记为 a ， B 点表示的数记为 b 。则 A ， B 两点间的距离就可记作 $|a-b|$ 。

回答下列问题：

(1) 数轴上表示 3 和 7 的两点之间的距离是 4，轴上表示 2 和 -5 的两点之间的距离是 7；

解：(1) 表示 3 和 7 的两点之间的距离是 $|3-7|=4$ ，

表示 2 和 -5 的两点之间的距离是 $|2-(-5)|=7$ ；

(2) 数轴上表示 x 与 -3 的两点 A 和 B 之间的距离为 2 ，那么 x 为 -1 或 -5 ；

(2) 由题意可得， $|x+3|=2$ ，

$\therefore x+3=2$ 或 $x+3=-2$ ，

$\therefore x=-1$ 或 $x=-5$ ；

故答案为： -1 或 -5 。

(3) ①找出所有使得 $|x+1|+|x-1|=2$ 的整数 x ；

②若 $|x+1|+|x-1|=4$ ，求 x ；

③ $|x+1|+|x-1|$ 是否有最值？如果有，请直接写出结果；如果没有，请说明理由。

(3) ①从数轴上可以看出只要 x 取 -1 和 1 之间的数（包括 -1 ， 1 ），

就有 $|x+1|+|x-1|=2$ ，故这样的整数是 -1 ， 0 ， 1 ；

②当 x 在 -1 到 1 之间时，如图 1，

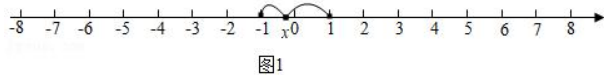


图1

有 $|x+1|+|x-1|=2$ ，恒成立，

$|x+1|+|x-1|=4$ ，无解。

当 x 在 -1 的左侧时，如图 2，

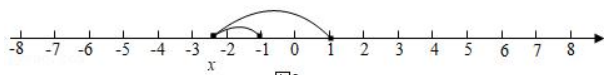


图2

$\therefore |x+1|+|x-1|=4$ ，

$\therefore -x-1-x+1=4$ ，解得 $x=-2$ 。

当 x 在 1 的右侧时，如图 3，

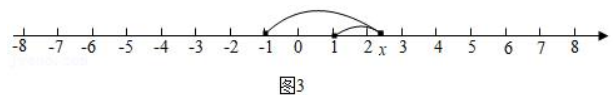


图3

$\therefore |x+1|+|x-1|=4$ ，

$\therefore x+1+x-1=4$ ，解得 $x=2$ 。

③在②的基础上对 x 进行讨论：

当 $-1 < x < 1$ 时， $|x+1|+|x-1|=x+1-x+1=2$ ，恒成立；

当 $x \leq -1$ 时， $|x+1|+|x-1|=-x-1-x+1=-2x \geq 2$ ；

当 $x \geq 1$ 时， $|x+1|+|x-1|=x+1+x-1=2x \geq 2$ ；

综上， $|x+1|+|x-1|$ 的最小值为 2 。