2023 秋季初二数学每日一题打卡 003

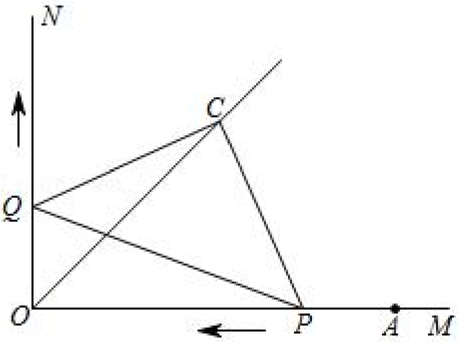
003 试题来源：2022 太仓四校 10 月月考 25 题

如图，$\angle MON = 90°$，A 是射线 OM 上一点且 $OA = 8cm$．动点 P 从点 A 出发，以 $1cm/s$ 的速度沿 AO 水平向左匀速运动，与此同时，动点 Q 从点 O 出发，也以 $1cm/s$ 的速度沿 ON 竖直向上匀速运动．连接 PQ，以 PQ 为斜边作等腰直角三角形 PCQ．设 P、Q 两点运动时间为 $t\ s$，其中 $0 < t < 8$．

（1）$OP + OQ =$ ____ cm；

（2）连接 AC，判断 ΔOAC 的形状，并说明理由；

（3）是否存在实数 t，使得线段 PQ 的长度最小？若存在，求出 t 的值及 PQ^2 的最小值；若不存在，说明理由．



2023 秋季初二数学每日一题打卡 003

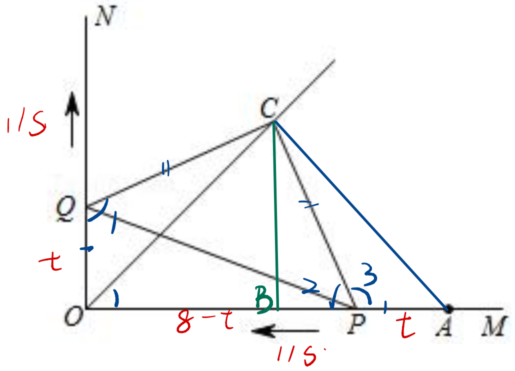
003试题解析

如图，$\angle MON=90^\circ$，A 是射线 OM 上一点且 $OA=8cm$．动点 P 从点 A 出发，以 $1cm/s$ 的速度沿 AO 水平向左匀速运动，与此同时，动点 Q 从点 O 出发，也以 $1cm/s$ 的速度沿 ON 竖直向上匀速运动．连接 PQ，以 PQ 为斜边作等腰直角三角形 PCQ．设 P、Q 两点运动时间为 $t\ s$，其中 $0<t<8$．

（1）$OP+OQ=$ __8__ cm；

（2）连接 AC，判断 ΔOAC 的形状，并说明理由；

（3）是否存在实数 t，使得线段 PQ 的长度最小？若存在，求出 t 的值及 PQ^2 的最小值；若不存在，说明理由．



解 (2) $\triangle OAC$ 为等腰直角△

思路：利用 $\triangle CPQ$ 为等腰 $Rt\triangle$，有 $PC=QC$．

$\angle QCP=90^\circ$，又 $\angle QOP=90^\circ$

故 $\angle 2$ 同时与 $\angle 1$，$\angle 3$ 互补．

利用 SAS 证 $\triangle CQO\cong\triangle CPA$ 即可．

手拉手全等的逆证

(3). $t=4$ 时 $PQ^2|_{min}=32$.

思路：$PQ^2=CP^2+CQ^2$

$=2CP^2$

$=2(BP^2+CB^2)$

$=2[(4-t)^2+4^2]$

亦可是 $(t-4)^2$，无区别

$=2(t^2-8t+32)$

$=2[(t-4)^2+16]$

$\therefore t=4$ 时．$PQ^2|_{min}=32$

代数法求最值，
转化为二次三项式求最值