2023秋季初二数学每日一题打卡004

004试题来源：2022新区一中10月月考

【了解概念】

如图1，已知A，B为直线MN同侧的两点，点P为直线MN的一点，连接AP，BP，若$\angle APM=\angle BPN$，则称点P为点A，B关于直线l的“等角点”．

【理解运用】

（1）如图2，在ΔABC中，D为BC上一点，点E关于直线AB对称，连接EB并延长至点F，判断点B是否为点D，F关于直线AB的“等角点”，并说明理由；

【拓展提升】

（2）如图2，在（1）的条件下，若$\angle A=70^{\circ}$，$AB=AC$，点Q是射线EF上一点，且点D，Q关于直线AC的“等角点”为点C，请利用尺规在图2中确定点Q的位置，并求出$\angle BQC$的度数；

（3）如图3，在ΔABC中，$\angle ABC$，$\angle BAC$的平分线交于点O，点O到AC的距离为1，直线l垂直平分边BC，点P为点O，B关于直线l “等角点”，连接OP，BP，当$\angle ACB=60^{\circ}$时，$OP+BP$的值为____.

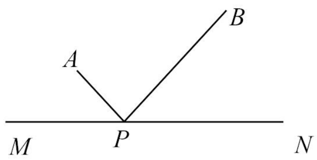

图1

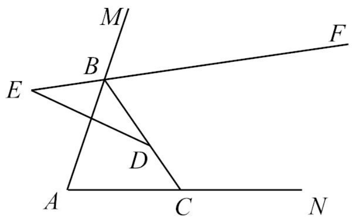

图2

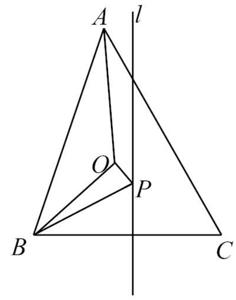

图3

2023 秋季初二数学每日一题打卡 004

004 试题解析

【了解概念】

如图 1，已知 A，B 为直线 MN 同侧的两点，点 P 为直线 MN 的一点，连接 AP，BP，若 $\angle APM=\angle BPN$，则称点 P 为点 A，B 关于直线 l 的“等角点”.

【理解运用】

（1）如图 2，在 ΔABC 中，D 为 BC 上一点，点 E 关于直线 AB 对称，连接 EB 并延长至点 F，判断点 B 是否为点 D，F 关于直线 AB 的“等角点”，并说明理由；

【拓展提升】

（2）如图 2，在（1）的条件下，若 $\angle A=70^\circ$，$AB=AC$，点 Q 是射线 EF 上一点，且点 D，Q 关于直线 AC 的“等角点”为点 C，请利用尺规在图 2 中确定点 Q 的位置，并求出 $\angle BQC$ 的度数；

（3）如图 3，在 ΔABC 中，$\angle ABC$，$\angle BAC$ 的平分线交于点 O，点 O 到 AC 的距离为 1，直线 l 垂直平分边 BC，点 P 为点 O，B 关于直线 l “等角点”，连接 OP，BP，当 $\angle ACB=60^\circ$ 时，$OP+BP$ 的值为 2.

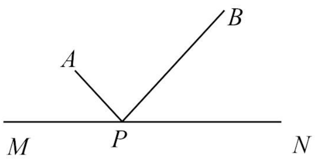

图1

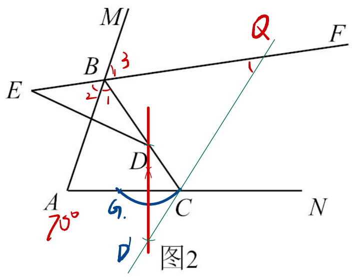

图2

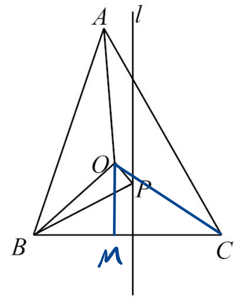

图3

解：(1) 是

思路：由对称得 $\angle 1=\angle 2$，

由对顶得 $\angle 2=\angle 3$

故 $\angle 1=\angle 3$.

(2) $\angle BQC=40^\circ$

思路：过 D 作 AN 的垂线

先作 DC=DG，再作 GC 垂直平分线即可，截取上下对称，连 DC 并延长，交 EF，即为点 Q.

角度计算利用角的相等，以及三角形内角、外角关系即可。

(3) 思路

1. △中两条角平分线交点亦在第三条角平分线上

故 OM=1

2. l 垂直平分 BC，故 BP=CP

$\therefore (OP+BP)_{min}=(OP+CP)_{min}=OC$.

(将军饮马思路)

3. △OMC 为含 30° 的 Rt△

故 OC=2OM=2.