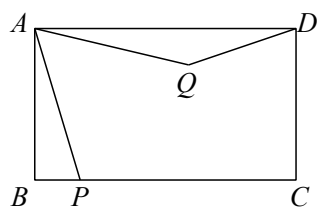


## 2024 春季初三数学每日一题打卡 007

007 试题来源：2022 春无锡梁溪区二模第 10 题

如图，在矩形  $ABCD$  中， $AB = 5$ ， $BC = 5\sqrt{3}$ ，点  $P$  在线段  $BC$  上运动（含  $B$ 、 $C$  两点），将点  $P$  为绕点  $A$  逆时针旋转  $60^\circ$  到点  $Q$ ，连接  $DQ$ ，则线段  $DQ$  的最小值为（ ）



A.  $\frac{5}{2}$

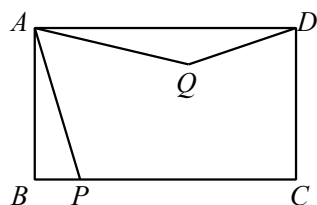
B.  $5\sqrt{2}$

C.  $\frac{5\sqrt{3}}{3}$

D. 3

## 试题解析

如图,在矩形  $ABCD$  中,  $AB=5$ ,  $BC=5\sqrt{3}$ , 点  $P$  在线段  $BC$  上运动 (含  $B$ 、 $C$  两点), 将点  $P$  为绕点  $A$  逆时针旋转  $60^\circ$  到点  $Q$ , 连接  $DQ$ , 则线段  $DQ$  的最小值为 ( **A** )



A.  $\frac{5}{2}$

B.  $5\sqrt{2}$

C.  $\frac{5\sqrt{3}}{3}$

D. 3

【分析】此题是直线瓜, 两种思路解题方案,

法一: 找出点  $Q$  的运动轨迹; 法二: 转化为其他方便求轨迹的线段最值.

【解答】

法一: 解: 如图, 以  $AB$  为边向右作等边  $\triangle ABF$ , 作射线  $FQ$  交  $AD$  于点  $E$ , 过点  $D$  作  $DH \perp QE$  于  $H$ .

$\because$  四边形  $ABCD$  是矩形,  $\therefore \angle ABP = \angle BAD = 90^\circ$ ,

$\because \triangle ABF$ ,  $\triangle APQ$  都是等边三角形,

$\therefore \angle BAF = \angle PAQ = 60^\circ$ ,  $BA = FA$ ,  $PA = QA$ ,  $\therefore \angle BAP = \angle FAQ$ ,

在  $\triangle BAP$  和  $\triangle FAQ$  中,  $\begin{cases} BA = FA \\ \angle BAP = \angle FAQ \\ PA = QA \end{cases}$ ,  $\therefore \triangle BAP \cong \triangle FAQ (SAS)$ ,

$\therefore \angle ABP = \angle AFQ = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle FAE = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ ,  $\therefore \angle AEF = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ ,

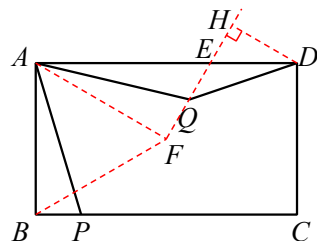
$\because AB = AF = 5$ ,  $AE = AF \div \cos 30^\circ = \frac{10\sqrt{3}}{3}$ ,  $\therefore$  点  $Q$  在射线  $FE$  上运动,

$\because AD = BC = 5\sqrt{3}$ ,  $\therefore DE = AD - AE = \frac{5\sqrt{3}}{3}$ ,

$\because DH \perp EF$ ,  $\angle DEH = \angle AEF = 60^\circ$ ,

$\therefore DH = DE \cdot \sin 60^\circ = \frac{5\sqrt{3}}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{5}{2}$ ,

根据垂线段最短可知, 当点  $Q$  与  $H$  重合时,  $DQ$  的值最小, 最小值为  $\frac{5}{2}$ .

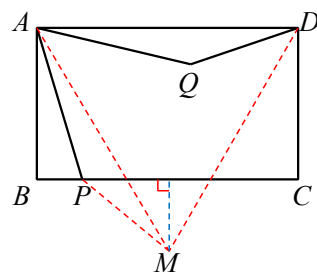


法二: 以  $AD$  为边向右作等边  $\triangle ADM$ , 连接  $AM$ ,  $DM$ ,  $PM$

易证:  $\triangle AQD \cong \triangle APM$ , 则  $QD = PM$

要求  $QD$  的最小值, 即求  $PM$  的最小值.

当  $MP \perp BC$  时,  $MP$  最小, 最小值为  $\frac{5}{2}$ .



故选: A.