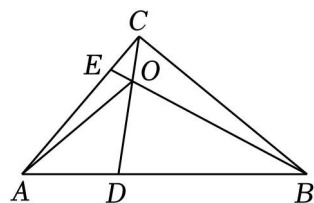


2024 春季初一数学每日一题打卡 008

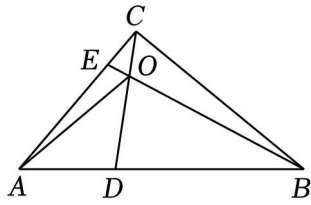
008 试题来源:2022 无锡锡山区期中

如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AC=4$, $BC=6$, 点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上, $DB=2AD$, $AE=3EC$, 连接 BE 、 CD , 交于点 O , 则 $\triangle ABO$ 面积的最大值为_____.



试题解析：

如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AC=4$ ， $BC=6$ ，点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上， $DB=2AD$ ， $AE=3EC$ ，连接 BE 、 CD ，交于点 O ，则 $\triangle ABO$ 面积的最大值为_____。



【分析】由 $DB=2AD$ ， $AE=3EC$ ，可设 $\triangle ADO$ 的面积为 a ，则 $\triangle BDO$ 的面积为 $2a$ ，设 $\triangle CEO$ 的面积为 b ，则 $\triangle AEO$ 的面积为 $3b$ ，设 $\triangle BCO$ 的面积为 c ，根据同高不等底的三角形的面积关系得到 $S_{\triangle ABE} = 3S_{\triangle BCE}$ ， $S_{\triangle BDC} = 2S_{\triangle ACD}$ ，可得 $a=c=8b$ ， $S_{\triangle ABC} = 36b$ ， $S_{\triangle ABO} = 3a = 24b$ ，则 $S_{\triangle ABO} = \frac{2}{3}S_{\triangle ABC}$ ，当 $AC \perp BC$ 时， $\triangle ABC$ 的面积有最大值，即 $S_{\triangle ABC} \leq \frac{1}{2}AC \cdot BC = 12$ ，即可得到 $\triangle ABO$ 面积的最大值。

【解答】解：∵ $DB=2AD$ ， $AE=3EC$ ，

∴ 设 $\triangle ADO$ 的面积为 a ，则 $\triangle BDO$ 的面积为 $2a$ ，设 $\triangle CEO$ 的面积为 b ，则 $\triangle AEO$ 的面积为 $3b$ ，设 $\triangle BCO$ 的面积为 c ，

$$\because S_{\triangle ABE} = 3S_{\triangle BCE}, S_{\triangle BDC} = 2S_{\triangle ACD},$$

$$\therefore \begin{cases} 3b+a+2a=3(b+c) \\ 2a+c=2(b+3b+a) \end{cases},$$

可求得， $a=c=8b$ ，

$$\therefore S_{\triangle ABC} = 3a + c + 4b = 36b, S_{\triangle ABO} = 3a = 24b,$$

$$\therefore S_{\triangle ABO} = \frac{2}{3}S_{\triangle ABC},$$

∵ $AC=4$ ， $BC=6$ ，且垂线段最短，

∴ 当 $AC \perp BC$ 时， $\triangle ABC$ 的面积有最大值，即 $S_{\triangle ABC} \leq \frac{1}{2}AC \cdot BC = 12$ 。

$$\therefore S_{\triangle ABO} = \frac{2}{3}S_{\triangle ABC} \leq 8,$$

即 $\triangle ABO$ 面积的最大值为 8，

故答案为：8。

【点评】此题主要考查了三角形的面积，与三角形的高有关的计算、垂线段最短、三元一次方程组等知识，找到三角形面积之间的关系是解题的关键。