

2024 春季初一数学每日一题打卡 016

1. 如果 $(a-1)^{a+4}=1$ 成立,那么满足它的所有整数 a 的值是_____.
2. 已知实数 a, b, c 满足 $2^a=5, 2^b=10, 2^c=80$,则 $2023a-4047b+2024c$ 的值为_____.
3. 已知 $7^x=56, 8^y=56$,求 $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$ 的值.

试题解析：

1. 如果 $(a-1)^{a+4}=1$ 成立, 那么满足它的所有整数 a 的值是 -4、2 或 0 .

【分析】

幂的运算结果为 1 的三种情况：

当 $a+4=0$ 且 $a-1 \neq 0$ 时；

当 $a-1=1$ 时, 分别讨论求解；

还有 -1 的偶次幂都等于 1.

【解答】

解: 如果 $(a-1)^{a+4}=1$ 成立, 则 $a+4=0$ 且 $a-1 \neq 0$ 或 $a-1=1$,

即 $a=-4$ 或 $a=2$,

当 $a=0$ 时, $(-1)^4=1$,

故答案为: -4、2 或 0.

2. 已知实数 a, b, c 满足 $2^a=5, 2^b=10, 2^c=80$, 则 $2023a-4047b+2024c$ 的值为 4049 .

【分析】先根据同底数幂的除法计算 $b-a, c-b$ 的结果, 再用简便方法求 $2023a-4047b+2024c$ 的值.

【解答】解: $\because 2^a=5, 2^b=10, 2^c=80$,

$\therefore 2^b \div 2^a = 2^1, 2^c \div 2^b = 8 = 2^3$,

$\therefore b-a=1, c-b=3$,

$\therefore 2023a-4047b+2024c=2023a-2023b-2024b+2024c$

$=-2023(b-a)+2024(c-b)=-2023 \times 1+2024 \times 3=-2023+6072=4049$.

故答案为: 4049.

3. 已知 $7^x=56, 8^y=56$, 求 $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$ 的值.

解: $\because 7^x=56$,

$\therefore (7^x)^y=56^y$,

即: $7^{xy}=56^y$, ①

$\because 8^y=56$,

$\therefore (8^y)^x=56^x$,

即: $8^{xy}=56^x$, ②

① \times ② 可得:

$7^{xy} \times 8^{xy} = 56^y \times 56^x$,

$\therefore 56^{xy} = 56^{x+y}$,

$\therefore xy = x+y$,

$\therefore \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{y}{xy} + \frac{x}{xy} = \frac{x+y}{xy} = \frac{x+y}{x+y} = 1$.

点评: 此题如果第一次接触, 可能会从指数的角度去分析, 但是初中阶段未接触分数指数幂, 故对初中的学生来说, 是否敢写出 $(7^x)^{\frac{1}{x}} = 7^{x \cdot \frac{1}{x}} = 7^1$ 其实都是问题.

但是站在巨人的肩膀上解题, 经验丰富了之后发现, 此类题与本质上去求证 $xy=x+y$ 的题没有本质的区别. 平时注意收集整理, 变通即可.