

2024 春季初一数学每日一题打卡 017

阅读材料,回答问题.

材料一:因为 $2^3 = 2 \times 2 \times 2$, $2^2 = 2 \times 2$, 所以 $2^3 \times 2^2 = (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2) = 2^5$.

材料二:求 $3^1 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5 + 3^6$ 的值.

解:设 $S = 3^1 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5 + 3^6$ ①

则 $3S = 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5 + 3^6 + 3^7$ ②

用②-①得, $3S - S = (3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5 + 3^6 + 3^7) - (3^1 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5 + 3^6) = 3^7 - 3$

所以 $2S = 3^7 - 3$, 即 $S = \frac{3^7 - 3}{2}$, 所以 $3^1 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5 + 3^6 = \frac{3^7 - 3}{2}$.

这种方法我们称为“错位相减法”.

(1) 填空: $5 \times 5^8 = 5^{(\quad)}$, $a^2 \cdot a^5 = a^{(\quad)}$.

(2) “棋盘摆米”是一个著名的数学故事:阿基米德与国王下棋,国王输了,国王问阿基米德要什么奖赏. 阿基米德对国王说:“我只要在棋盘上第一格放一粒米,第二格放二粒,第三格放四粒,第四格放八粒…按这个方法放满整个棋盘就行”国王以为要不了多少粮食,就随口答应了.

①国际象棋共有 64 个格子,则在第 64 格中应放 \quad 粒米. (用幂表示)

②设国王输给阿基米德的总米粒数为 S , 求 S .

试题解析:

阅读材料,回答问题.

材料一:因为 $2^3 = 2 \times 2 \times 2$, $2^2 = 2 \times 2$, 所以 $2^3 \times 2^2 = (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2) = 2^5$.

材料二:求 $3^1 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5 + 3^6$ 的值.

解:设 $S = 3^1 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5 + 3^6$ ①

则 $3S = 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5 + 3^6 + 3^7$ ②

用②-①得, $3S - S = (3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5 + 3^6 + 3^7) - (3^1 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5 + 3^6) = 3^7 - 3$

所以 $2S = 3^7 - 3$, 即 $S = \frac{3^7 - 3}{2}$, 所以 $3^1 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5 + 3^6 = \frac{3^7 - 3}{2}$.

这种方法我们称为“错位相减法”.

(1) 填空: $5 \times 5^8 = 5^{(\quad)}$, $a^2 \cdot a^5 = a^{(\quad)}$.

(2) “棋盘摆米”是一个著名的数学故事:阿基米德与国王下棋,国王输了,国王问阿基米德要什么奖赏. 阿基米德对国王说:“我只要在棋盘上第一格放一粒米,第二格放二粒,第三格放四粒,第四格放八粒... 按这个方法放满整个棋盘就行”国王以为要不了多少粮食,就随口答应了.

①国际象棋共有 64 个格子,则第 64 格中应放 2^{63} 粒米. (用幂表示)

②设国王输给阿基米德的总米粒数为 S , 求 S .

【分析】(1) 根据材料一进行求解;

(2) ①由题意可得,第 n 个格放 2^{n-1} 粒米进行求解;

②根据材料二中的方法进行求解.

【解答】解: (1) 由题意得, $5 \times 5^8 = 5^9$, $a^2 \cdot a^5 = a^7$,

故答案为: 5^9 , a^7 ;

(2) ①由题意得,第一格放的米粒数为 $1 = 2^0$;

第二格放的米粒数为 $2 = 2^1$;

第三格放的米粒数为 $4 = 2^2$;

第四格放的米粒数为 $8 = 2^3$;

.....

\therefore 第 n 格放的米粒数为 2^{n-1} ,

\therefore 在第 64 格中应放 2^{63} 粒米,

②由题意得,

$S = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^{63}$,

$2S = 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^{64}$,

$\therefore 2S - S = 2^{64} - 1$,

即 $S = 2^{64} - 1$.

【点评】此题考查了同底数幂相乘新定义问题的解决能力,关键是能准确理解并运用定义和同底数幂相乘运算法则进行求解.