

## 2024 春季初一数学期末每日一练 009

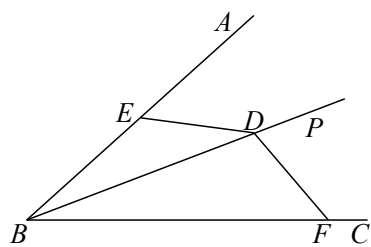
1. 已知  $a, b, c$  分别表示一个三角形的三边长且  $a > b > c$ , 则下列不等式不成立的是 ( )

- A.  $a + b > b + c$       B.  $ab > bc$       C.  $b + c > 2a$       D.  $\frac{a}{b} < \frac{a}{c}$

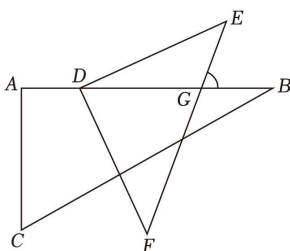
2. 若  $(x + a)(x - 3) = x^2 + 2x - b$ , 则  $a - b =$  \_\_\_\_\_.

3. 若关于  $x$  的一元一次不等式  $x + 1 \leq m$  只有 1 个正整数解, 则  $m$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

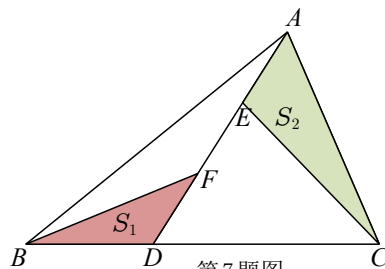
4. 如图,  $BP$  平分  $\angle ABC$ ,  $D$  为  $BP$  上一点,  $E, F$  分别在  $BA, BC$  上, 且满足  $DE = DF$ , 若  $\angle BED = 140^\circ$ , 则  $\angle BFD$  的度数是 \_\_\_\_\_.



第4题图



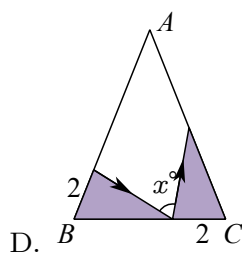
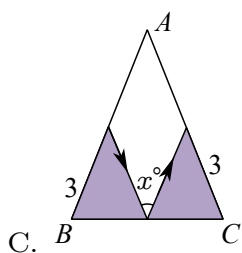
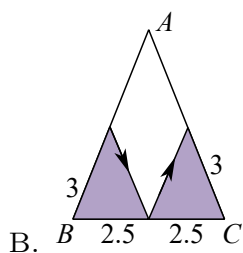
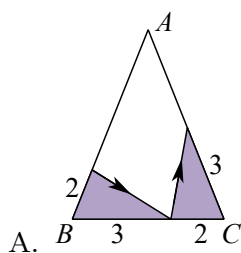
第5题图



第7题图

5. 将一副直角三角板如图放置, 已知  $\angle C = 60^\circ$ ,  $\angle F = 45^\circ$ , 当  $DF \perp BC$  时,  $\angle EGB =$  \_\_\_\_\_.

6. 有一张三角形纸片  $ABC$ , 已知  $\angle B = \angle C = x^\circ$ ,  $BC = 5$ , 按下列方案用剪刀沿着箭头的方向剪开该纸片, 得不到全等三角形纸片的是 ( )



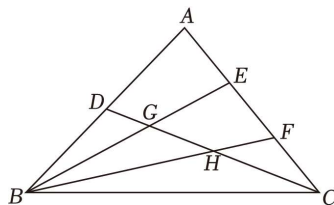
7. 如图,  $\triangle ABC$  中,  $D$  是  $BC$  边上的一点 (不与  $B, C$  重合), 点  $E, F$  是线段  $AD$  的三等分点, 记  $\triangle BDF$  的面积为  $S_1$ ,  $\triangle ACE$  的面积为  $S_2$ , 若  $S_1 + S_2 = 3$ , 则  $\triangle ABC$  的面积为 \_\_\_\_\_.

8. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $D$  是边  $AB$  的中点,  $E, F$  分别是边  $AC$  上的三等分点, 连接  $BE, BF$  分别交  $CD$  于  $G, H$  点, 若  $\triangle ABC$  的面积为 90, 则四边形  $EFHG$  的面积为 \_\_\_\_\_.

9. 根据已知求值:

(1) 已知  $a^m = 2$ ,  $a^n = 5$ , 求  $a^{m+n}$  的值;

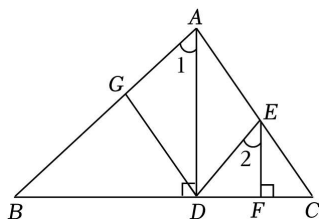
(2) 已知  $3^2 \times 9^m \times 27 = 3^{21}$ , 求  $m$  的值.



10. 已知:如图,  $AD$  是  $\triangle ABC$  的高,  $E$  是  $AC$  上一点,  $EF \perp BC$ , 垂足为  $F$ , 连接  $DE$ ,  $\angle 1 = \angle 2$ .

(1) 求证:  $DE \parallel AB$ .

(2) 过  $D$  作  $DG \parallel AC$  交  $AB$  于  $G$ , 当  $\angle B + \angle C = 100^\circ$  时,  $\angle EDG = \underline{\hspace{1cm}}$ .



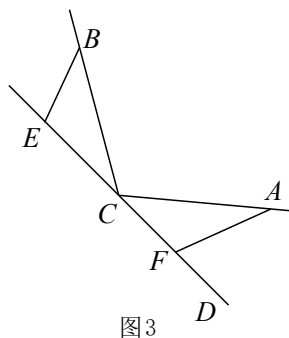
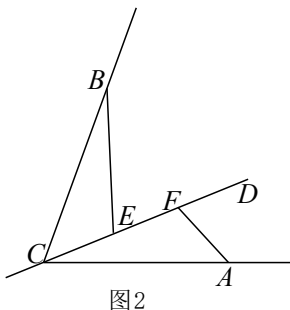
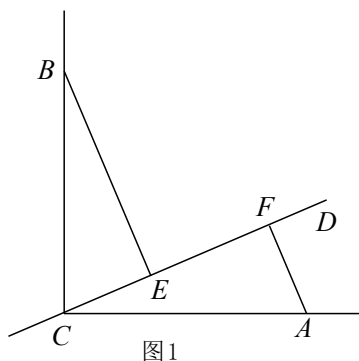
11. 如图,  $CD$  是经过  $\angle BCA$  顶点  $C$  的一条直线,  $CA = CB$ ,  $E$ 、 $F$  分别是直线  $CD$  上两点, 且  $\angle BEC = \angle CFA = \alpha$ .

(1) 若直线  $CD$  经过  $\angle BCA$  的内部, 且  $E$ 、 $F$  在射线  $CD$  上.

① 如图 1, 若  $\angle BCA = 90^\circ$ ,  $\alpha = 90^\circ$ , 则  $BE \underline{\hspace{1cm}} CF$ ;

② 如图 2, 若  $0^\circ < \angle BCA < 180^\circ$ , 请添加一个关于  $\alpha$  与  $\angle BCA$  关系的条件  $\underline{\hspace{1cm}}$ , 使①中的结论仍然成立, 并说明理由;

(2) 如图 3, 若直线  $CD$  经过  $\angle BCA$  的外部,  $\alpha = \angle BCA$ , 请提出关于  $EF$ ,  $BE$ ,  $AF$  三条线段数量关系的合理猜想, 并简述理由.



## 2024 春季初一数学期末每日一练 009

1. 已知  $a, b, c$  分别表示一个三角形的三边长且  $a > b > c$ , 则下列不等式不成立的是 ( **C** )

A.  $a + b > b + c$

B.  $ab > bc$

C.  $b + c > 2a$

D.  $\frac{a}{b} < \frac{a}{c}$

解:  $\because a, b, c$  分别表示一个三角形的三边长且  $a > b > c$ ,  $\therefore a + b > b + c$ ,  $ab > bc$ , 故 A、B 正确;

$\because b > c$ ,  $\therefore \frac{1}{b} < \frac{1}{c}$ ,  $\therefore \frac{a}{b} < \frac{a}{c}$ , 故 D 正确;

$\because a > b > c$ ,  $\therefore b + c < 2a$ , 故 C 错误. 故选: C.

2. 若  $(x + a)(x - 3) = x^2 + 2x - b$ , 则  $a - b =$  **-10**.

解:  $(x + a)(x - 3) = x^2 + (a - 3)x - 3a$ ,

$\because (x + a)(x - 3) = x^2 + 2x - b$ ,  $\therefore x^2 + 2x - b = x^2 + (a - 3)x - 3a$ .

$\therefore a - 3 = 2$ ,  $b = 3a$ .  $\therefore a = 5$ ,  $b = 15$ .  $\therefore a - b = 5 - 15 = -10$ .

3. 若关于  $x$  的一元一次不等式  $x + 1 \leq m$  只有 1 个正整数解, 则  $m$  的取值范围是  $2 \leq m < 3$ .

解:  $x + 1 \leq m$ ,  $x \leq m - 1$ , (画数轴)

$\because$  关于  $x$  的一元一次不等式  $x + 1 \leq m$  只有 1 个正整数解,  $\therefore 1 \leq m - 1 < 2$ ,  $\therefore 2 \leq m < 3$

4. 如图,  $BP$  平分  $\angle ABC$ ,  $D$  为  $BP$  上一点,  $E, F$  分别在  $BA, BC$  上, 且满足  $DE = DF$ , 若  $\angle BED = 140^\circ$ , 则  $\angle BFD$  的度数是  $40^\circ$ .

解: 作  $DM \perp AB$  于  $M$ ,  $DN \perp BC$  于  $N$ ,

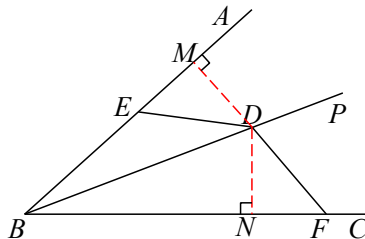
角平分线模型的全等:  $DM = DN$ ,

在  $Rt\triangle DEG$  和  $Rt\triangle DFH$  中,

$\begin{cases} DG = DH \\ DE = DF \end{cases}$ ,  $\therefore Rt\triangle DEG \cong Rt\triangle DFH (HL)$ ,

$\therefore \angle DEG = \angle DFH$ , 又  $\angle DEG + \angle BED = 180^\circ$ ,  $\therefore \angle BFD + \angle BED = 180^\circ$ ,

$\therefore \angle BFD$  的度数  $= 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$ .



5. 将一副直角三角板如图放置, 已知  $\angle C = 60^\circ$ ,  $\angle F = 45^\circ$ , 当  $DF \perp BC$  时,  $\angle EGB =$   **$75^\circ$** .

解: 设  $BC$  与  $DF$  交于点  $M$ , 如图所示.

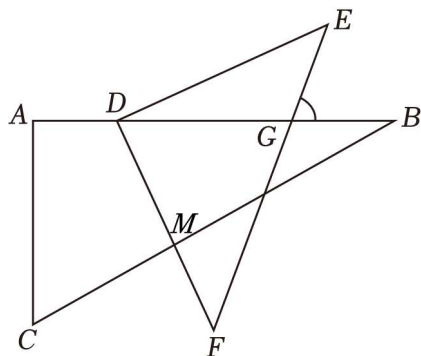
在  $\triangle ABC$  中,  $\angle C = 60^\circ$ ,  $\angle A = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle B = 180^\circ - \angle A - \angle C = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ .

$\because DF \perp BC$ ,  $\therefore \angle DMB = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle BDM = 90^\circ - \angle B = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ .

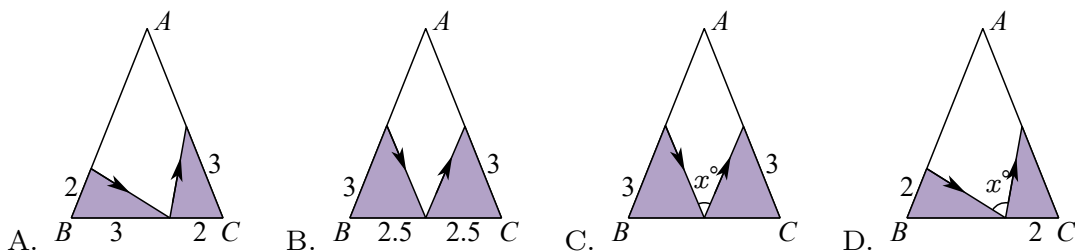
在  $\triangle DFG$  中,  $\angle FDG = 60^\circ$ ,  $\angle F = 45^\circ$ ,

$\therefore \angle DGF = 180^\circ - \angle FDG - \angle F = 180^\circ - 60^\circ - 45^\circ = 75^\circ$ ,

$\therefore \angle EGB = \angle DGF = 75^\circ$ .



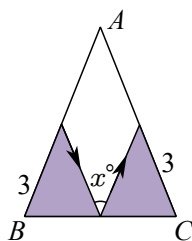
6. 有一张三角形纸片  $ABC$ , 已知  $\angle B = \angle C = x^\circ$ ,  $BC = 5$ , 按下列方案用剪刀沿着箭头的方向剪开该纸片, 得不到全等三角形纸片的是 ( )



解: A. 符合全等三角形的判定定理  $SAS$ , 能推出两三角形全等, 故本选项不符合题意;

B. 符合全等三角形的判定定理  $SAS$ , 能推出两三角形全等, 故本选项不符合题意;

C. 如图 1,



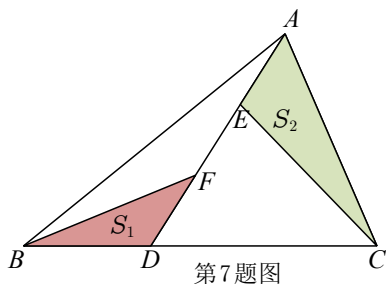
$$\because \angle B = \angle C = x^\circ, \therefore \angle BED + \angle BDE = 180^\circ - x^\circ, \angle BDE + \angle CDF = 180^\circ - x^\circ,$$

$$\therefore \angle BED = \angle CDF,$$

即  $BD$  和  $CF$  是对应边,  $BE$  和  $CD$  是对应边, 不符合全等三角形的判定定理, 不能推出两三角形全等, 故本选项符合题意;

D. 由选项 C 可知:  $\angle BED = \angle CDF$ , 符合全等三角形的判定定理  $SAS$ , 能推出两三角形全等, 故本选项不符合题意; 故选: C.

7. 如图,  $\triangle ABC$  中,  $D$  是  $BC$  边上的一点 (不与  $B, C$  重合), 点  $E, F$  是线段  $AD$  的三等分点, 记  $\triangle BDF$  的面积为  $S_1$ ,  $\triangle ACE$  的面积为  $S_2$ , 若  $S_1 + S_2 = 3$ , 则  $\triangle ABC$  的面积为 9.



$$\because \text{点 } E, F \text{ 是线段 } AD \text{ 的三等分点}, \therefore DF = \frac{1}{3}AD \therefore S_{\triangle ABD} = 3S_1$$

$$\text{同理 } S_{\triangle ADC} = 3S_2, \therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle ADC} = 3S_1 + 3S_2 = 3(S_1 + S_2) = 3 \times 3 = 9.$$

8. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $D$  是边  $AB$  的中点,  $E, F$  分别是边  $AC$  上的三等分点, 连接  $BE, BF$  分别交  $CD$  于  $G, H$  点, 若  $\triangle ABC$  的面积为 90, 则四边形  $EFHG$  的面积为 16.5.

解: 连接  $AG$ , 如图所示:

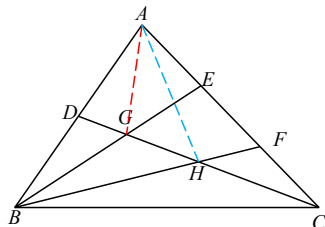
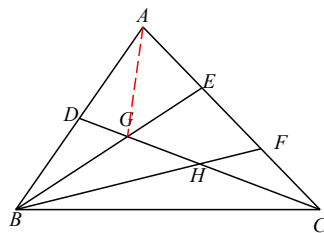
$$\text{设 } S_{\triangle ADG} = S_{\triangle BDG} = x, \therefore S_{\triangle ABG} = 2x,$$

$$\because \text{点 } E, F \text{ 为 } AC \text{ 的三等分点}, \therefore EC = 2AE,$$

$$\begin{aligned}
&\therefore S_{\triangle CBG} = 4x, \\
&\therefore S_{\triangle ACG} = 4x, \\
&\therefore S_{\triangle ABC} = 10x = 90, \\
&\text{解得: } x = 9, \\
&\therefore S_{\triangle ACG} = 4x = 36, \\
&\therefore \text{点 } E, F \text{ 为 } AC \text{ 的三等分点, } \therefore EC = 2AE, \\
&\therefore S_{\triangle ECG} = \frac{2}{3} S_{\triangle ACG} = 24,
\end{aligned}$$

连接  $AH$ , 如图所示:

$$\begin{aligned}
&\text{设 } S_{\triangle CHF} = y, \therefore S_{\triangle AHC} = 3y, \therefore S_{\triangle BHC} = 3y, \\
&\therefore S_{\triangle BFC} = 4y, \therefore S_{\triangle ABC} = 12y = 90, \\
&\text{解得: } y = \frac{15}{2}, \\
&\therefore S_{\text{四边形 } EFHG} = S_{\triangle CGE} - S_{\triangle HCF} = 24 - 7.5 = 16.5.
\end{aligned}$$



9. 根据已知求值:

(1) 已知  $a^m = 2, a^n = 5$ , 求  $a^{m+n}$  的值;

(2) 已知  $3^2 \times 9^m \times 27 = 3^{21}$ , 求  $m$  的值.

解: (1)  $\because a^m = 2, a^n = 5, \therefore a^{m+n} = a^m \cdot a^n = 2 \times 5 = 10$ ;

(2)  $\because 3^2 \times 9^m \times 27 = 3^{21}$ , 即  $3^2 \times 3^{2m} \times 3^3 = 3^{21}, \therefore 2 + 2m + 3 = 21$ , 解得  $m = 8$ .

10. 已知: 如图,  $AD$  是  $\triangle ABC$  的高,  $E$  是  $AC$  上一点,  $EF \perp BC$ , 垂足为  $F$ , 连接  $DE$ ,  $\angle 1 = \angle 2$ .

(1) 求证:  $DE \parallel AB$ .

(2) 过  $D$  作  $DG \parallel AC$  交  $AB$  于  $G$ , 当  $\angle B + \angle C = 100^\circ$  时,  $\angle EDG = \underline{80^\circ}$ .

(1) 证明:  $\because AD$  是  $\triangle ABC$  的高,  $E$  是  $AC$  上一点,  $EF \perp BC$ ,

$\therefore \angle ADC = \angle EFC = 90^\circ$ ,

$\therefore AD \parallel EF$ ,

$\therefore \angle 2 = \angle ADE$ ,

$\because \angle 1 = \angle 2$ ,

$\therefore \angle 1 = \angle ADE$ ,

$\therefore DE \parallel AB$ ;

(2) 解:  $\because DG \parallel AC, DE \parallel AB$ ,

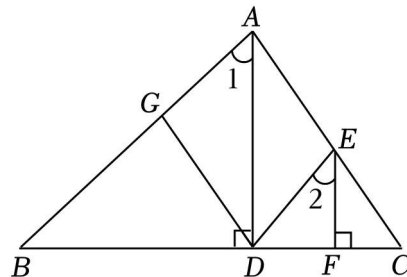
$\therefore \angle BDG = \angle C, \angle CDE = \angle B$ ,

$\because \angle B + \angle C = 100^\circ$ ,

$\therefore \angle BDG + \angle CDE = 100^\circ$ ,

$\because \angle BDG + \angle EDG + \angle CDE = 180^\circ$ ,

$\therefore \angle EDG = 80^\circ$



11. 如图,  $CD$  是经过  $\angle BCA$  顶点  $C$  的一条直线,  $CA = CB$ ,  $E, F$  分别是直线  $CD$  上两点, 且  $\angle BEC = \angle CFA = \alpha$ .

(1) 若直线  $CD$  经过  $\angle BCA$  的内部, 且  $E, F$  在射线  $CD$  上.

① 如图 1, 若  $\angle BCA = 90^\circ, \alpha = 90^\circ$ , 则  $BE \underline{=} CF$ ;

② 如图 2, 若  $0^\circ < \angle BCA < 180^\circ$ , 请添加一个关于  $\alpha$  与  $\angle BCA$  关系的条件       , 使①中的结论仍然成立, 并说明理由;

(2) 如图3,若直线 $CD$ 经过 $\angle BCA$ 的外部, $\alpha = \angle BCA$ ,请提出关于 $EF$ ,  $BE$ ,  $AF$ 三条线段数量关系的合理猜想,并简述理由.

解: (1) ①  $\because \angle BEC = \angle CFA = \alpha = 90^\circ$ ,  
 $\therefore \angle BCE + \angle CBE = 180^\circ - \angle BEC = 90^\circ$ .  
 又  $\because \angle BCA = \angle BCE + \angle ACF = 90^\circ$ ,  
 $\therefore \angle CBE = \angle ACF$ .

在 $\triangle BCE$ 和 $\triangle CAF$ 中,

$$\begin{cases} \angle BEC = \angle CFA, \\ \angle CBE = \angle ACF, \\ BC = AC. \end{cases}$$

$\therefore \triangle BCE \cong \triangle CAF (AAS)$ .

$\therefore BE = CF$ .

②  $\alpha + \angle BCA = 180^\circ$ ,理由如下:

$\because \angle BEC = \angle CFA = \alpha$ ,  
 $\therefore \angle BEF = 180^\circ - \angle BEC = 180^\circ - \alpha$ .

又  $\because \angle BEF = \angle EBC + \angle BCE$ ,

$\therefore \angle EBC + \angle BCE = 180^\circ - \alpha$ .

又  $\because \alpha + \angle BCA = 180^\circ$ ,

$\therefore \angle BCA = 180^\circ - \alpha$ .

$\therefore \angle BCA = \angle BCE + \angle ACF = 180^\circ - \alpha$ .

$\therefore \angle EBC = \angle FCA$ .

在 $\triangle BCE$ 和 $\triangle CAF$ 中,

$$\begin{cases} \angle CBE = \angle ACF, \\ \angle BEC = \angle CFA, \\ BC = CA. \end{cases}$$

$\therefore \triangle BCE \cong \triangle CAF (AAS)$ .

$\therefore BE = CF$ .

(2)  $EF = BE + AF$ ,理由如下:

$\because \angle BCA = \alpha$ ,

$\therefore \angle BCE + \angle ACF = 180^\circ - \angle BCA = 180^\circ - \alpha$ .

又  $\because \angle BEC = \alpha$ ,

$\therefore \angle EBC + \angle BCE = 180^\circ - \angle BEC = 180^\circ - \alpha$ .

$\therefore \angle EBC = \angle FCA$ .

在 $\triangle BEC$ 和 $\triangle CFA$ 中,

$$\begin{cases} \angle EBC = \angle FCA, \\ \angle BEC = \angle CFA, \\ BC = CA. \end{cases}$$

$\therefore \triangle BEC \cong \triangle CFA (AAS)$ .

$\therefore BE = CF$ ,  $EC = FA$ .

$\therefore EF = EC + CF = FA + BE$ ,即  $EF = BE + AF$ .

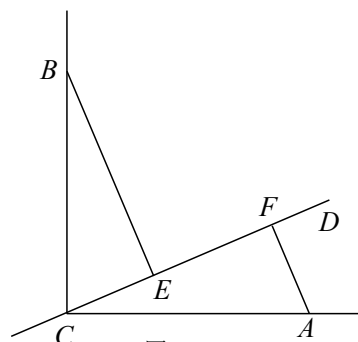


图1

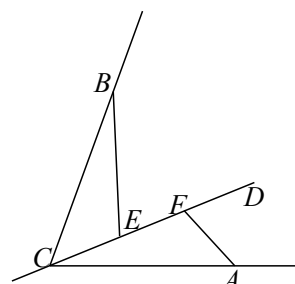


图2

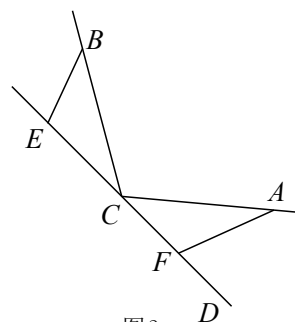


图3