

## 2024 秋季初三数学每日一题打卡 001

001 试题来源：2023 春南通校级月考第 18 题

在平面直角坐标系中，直线  $l$  的解析式为  $y = x - 5$ ，点  $P$  的坐标为  $(n - 1, n^2 + 2n - 3)$ ，则点  $P$  到直线  $l$  的最短距离为\_\_\_\_\_.

## 试题解析

在平面直角坐标系中,直线 $l$ 的解析式为 $y=x-5$ ,点 $P$ 的坐标为 $(n-1, n^2+2n-3)$ ,则点 $P$ 到直线 $l$ 的最短距离为  $\frac{11\sqrt{2}}{8}$ .

【分析】 $(n-1, n^2+2n-3)$  含参点的轨迹问题得出 $P$ 的运动轨迹

【解答】解:  $\because$  点 $P$ 的坐标为 $(n-1, n^2+2n-3)$ ,

$\therefore$  点 $P$ 是抛物线 $y=x^2+4x$ 上的点(如何求?),

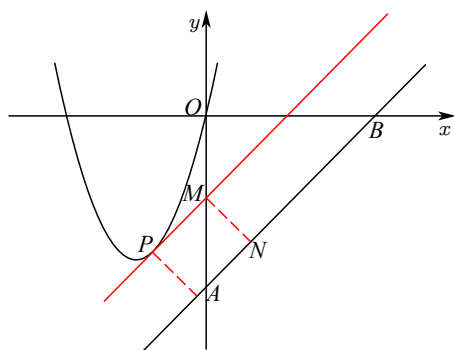
法一:切线

$\because$  直线 $l$ 的解析式为: $y=x-5$ ,  $\therefore$  直线 $l$ 与 $y$ 轴和 $x$ 轴交点分别为 $A(0, -5)$ ,  $B(5, 0)$ ,

设平行于 $l$ 的直线 $l'$ 为 $y=x+b$ , 联立  $\begin{cases} y=x+b \\ y=x^2+4x \end{cases}$  得  $x^2+4x=x+b$ ,

化简得  $x^2+3x-b=0$ , 令  $\Delta=9-4\times(-b)=0$ , 解得  $b=-\frac{9}{4}$ ,

$\therefore$  直线 $l'$ 为  $y=x-\frac{9}{4}$ ,



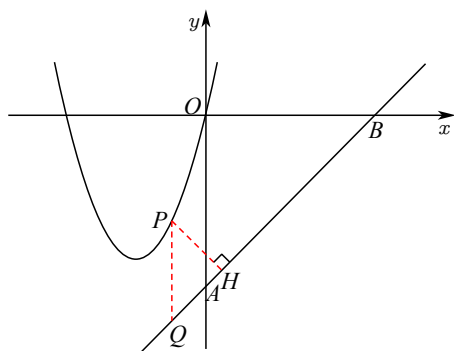
如图所示,

设直线 $l'$ 与抛物线的切点为 $P$ , 直线 $l'$ 交 $y$ 轴于点 $M(0, -\frac{9}{4})$ ,

作 $PQ \perp l$ ,  $MN \perp l$ , 则  $PQ = MN$ ,  $AM = \frac{11}{4}$ ,

由直线 $y=x-5$ 可知  $\angle MAN = 45^\circ$ ,  $\therefore MN = \frac{\sqrt{2}}{2} AM = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{11}{4} = \frac{11\sqrt{2}}{8}$ ,  $\therefore PQ = \frac{11\sqrt{2}}{8}$ .

法二:斜化直



$PH = \frac{\sqrt{2}}{2} PQ$ , 转化为铅垂线段的最值

故答案为:  $\frac{11\sqrt{2}}{8}$ .