

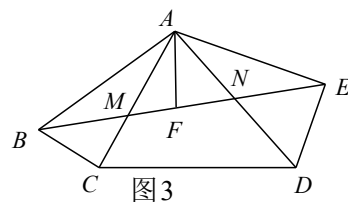
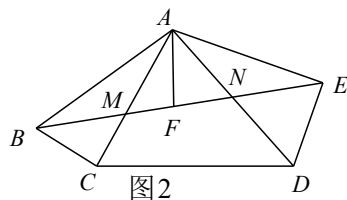
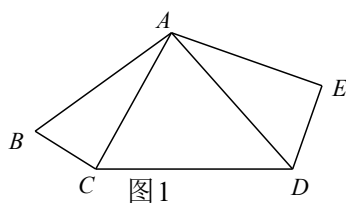
2024 秋季初二数学每日一题打卡 004

如图 1, 在五边形 $ABCDE$ 中, $\angle E = 90^\circ$, $BC = DE$. 连接 AC , AD , 且 $AB = AD$, $AC \perp BC$.

(1) 求证: $AC = AE$;

(2) 如图 2, 若 $\angle ABC = \angle CAD$, AF 为 BE 边上的中线, 求证: $AF \perp CD$;

(3) 如图 3, 在 (2) 的条件下, $AE = 6$, $DE = 4$, 则五边形 $ABCDE$ 的面积为_____.



试题解析:

如图1,在五边形 $ABCDE$ 中, $\angle E = 90^\circ$, $BC = DE$. 连接 AC , AD , 且 $AB = AD$, $AC \perp BC$.

(1) 求证: $AC = AE$;

【解答】(1) 证明: $\because AC \perp BC, \therefore \angle ACB = 90^\circ = \angle E$,

在 $Rt\triangle ABC$ 和 $Rt\triangle ADE$ 中,

$$\begin{cases} AB = AD \\ BC = DE \end{cases}, \therefore Rt\triangle ABC \cong Rt\triangle ADE (HL), \therefore AC = AE;$$

(2) 如图2,若 $\angle ABC = \angle CAD$, AF 为 BE 边上的中线,求证: $AF \perp CD$;

(2) 证明: 延长 AF , 与 BC 的延长线交于点 G , (核心在于倍长构造全等)

$\because \triangle ABC \cong \triangle ADE, \therefore \angle BAC = \angle DAE$, 又 $\angle ABC = \angle CAD$,

$\therefore \angle CAD + \angle DAE = \angle ABC + \angle BAC = 90^\circ = \angle ACB, \therefore BG \parallel AE, \therefore \angle G = \angle EAG$,

在 $\triangle AEF$ 和 $\triangle GBF$ 中,

$$\begin{cases} \angle AFE = \angle GFB \\ \angle EAF = \angle BGF \\ EF = BF \end{cases}$$

$\therefore \triangle AEF \cong \triangle GBF (AAS)$,

$\therefore AE = BG$,

$\because AC = AE, \therefore BG = AC$,

在 $\triangle ABG$ 和 $\triangle DAC$ 中,

$$\begin{cases} AB = AD \\ \angle ABG = \angle CAD, \therefore \triangle ABG \cong \triangle DAC (SAS) \therefore \angle G = \angle ACD, \\ BG = AC \end{cases}$$

$\because \angle ACG = \angle ACB = 90^\circ$, 即 $\angle ACD + \angle GCD = 90^\circ \therefore \angle G + \angle GCD = 90^\circ, \therefore AF \perp CD$;

(3) 如图3,在(2)的条件下, $AE = 6, DE = 4$, 则五边形 $ABCDE$ 的面积为 42.

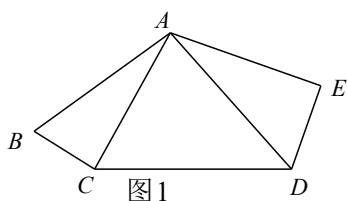


图1

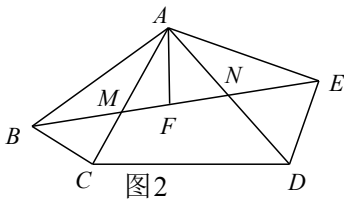


图2

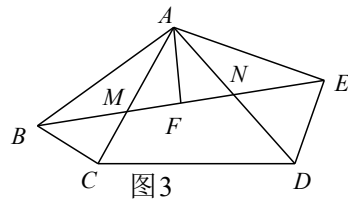


图3

(3) 解: 由(2)可知, $BG = AC = AE = 6$,

$$\therefore \triangle ABG \text{ 的面积} = \frac{1}{2} \times BG \times AC = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18,$$

$\because \triangle ABG \cong \triangle DAC, \therefore \triangle ACD$ 的面积 $= 18$,

$$\therefore \text{五边形 } ABCDE \text{ 的面积} = \triangle ABC \text{ 的面积} + \triangle ACD \text{ 的面积} + \triangle ADE \text{ 的面积} \\ = 12 + 18 + 12 = 42,$$

故答案为: 42.

【点评】 本题考查的是全等三角形的判定和性质, 三角形的面积计算, 掌握全等三角形的判定定理和性质定理是解题的关键.

