

# 2024 年期中考试初三数学定心卷

1. (22-23 九年级上·江苏苏州·期中) 二次函数  $y = -2(x+1)^2 - 4$ , 下列说法正确的是 ( )
- A. 开口向下 B. 对称轴为直线  $x = 1$
- C. 顶点坐标为  $(1, 4)$  D. 当  $x < -1$  时,  $y$  随  $x$  的增大而减小

2. (23-24 九年级上·江苏苏州·期中) 设  $A(-2, y_1), B(1, y_2), C(2, y_3)$  是抛物线  $y = -x^2 - 2x + 2$  上的三点, 则  $y_1, y_2, y_3$  的大小关系为 ( )
- A.  $y_1 > y_2 > y_3$  B.  $y_1 > y_3 > y_2$  C.  $y_3 > y_2 > y_1$  D.  $y_3 > y_1 > y_2$

3. (23-24 九年级上·江苏苏州·期中) 把抛物线  $y = (x+2)^2$  向下平移 2 个单位长度, 再向右平移 1 个单位长度, 所得抛物线是 ( )
- A.  $y = (x+3)^2 - 2$  B.  $y = (x+1)^2 + 2$  C.  $y = (x+3)^2 + 2$  D.  $y = (x+1)^2 - 2$

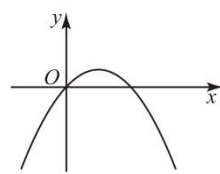
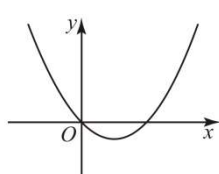
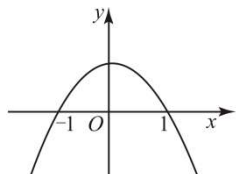
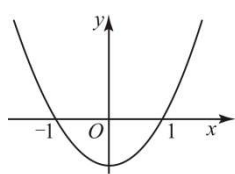
4. (22-23 九年级上·江苏苏州·期中) 点  $(-2, y_1), (3, y_2)$  与  $(4, y_3)$  为二次函数  $y = -x^2 - 4x + 5$  图象上的三点, 则  $y_1, y_2, y_3$  的大小关系是 ( )
- A.  $y_3 < y_2 < y_1$  B.  $y_1 < y_2 < y_3$  C.  $y_3 < y_1 < y_2$  D.  $y_2 < y_1 < y_3$

5. (22-23 九年级上·江苏苏州·期中) 已知  $(2, 0)$  是二次函数  $y = x^2 - x - 2a$  图象上的一个点, 则  $a$  的值为 ( )
- A. 0 B. -1 C. 1 D. 2

6. (23-24 九年级上·江苏苏州·期中) 如表给出了二次函数  $y = ax^2 + x + c (a \neq 0)$  的自变量  $x$  与函数值  $y$  的部分对应值, 那么方程  $ax^2 + x + c = 0$  的一个根的近似值可能是 ( )

$x$	...	1	1.1	1.2	1.3	1.4	...
$y$	...	-1	-0.4 9	0.0 4	0.5 9	1.16	...

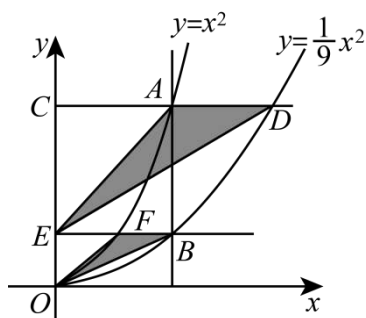
- A. 1.08 B. 1.14 C. 1.28 D. 1.38
7. (23-24 九年级上·江苏苏州·期中) 已知  $b > 0$  时, 二次函数  $y = ax^2 + bx + a^2 - 1$  的图象如下列四个图之一所示. 根据图分析,  $a$  的值等于 ( )



- A. -2 B. -1 C. 1 D. 2
8. (22-23 九年级上·江苏苏州·期中) 关于  $x$  的一元二次方程  $a(x+1)(x-2) + b = 0 (a \neq 0, b \neq 0)$  的解为  $x_1, x_2$ , 且  $x_1 < x_2$ . 则下列结论正确的是 ( )
- A.  $-1 < x_1 < x_2 < 2$  B.  $-1 < x_1 < 2 < x_2$  C.  $x_2 < -1 < x_2 < 2$  D.  $x_1 < -1 < 2 < x_2$

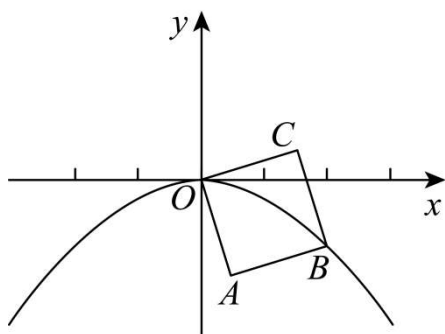
9. (23-24 九年级上·江苏苏州·期中) 如图, 垂直于  $x$  轴的直线  $AB$  分别与抛物线  $C_1: y = x^2 (x \geq 0)$  和抛物线  $C_2: y = \frac{x^2}{9} (x \geq 0)$  交于  $A, B$  两点, 过点  $A$  作  $CD \parallel x$  轴分别与  $y$  轴和抛物线  $C_2$  交于点  $C, D$ , 过点  $B$  作  $EF \parallel x$  轴分

别与  $y$  轴和抛物线  $C_1$  交于点  $E, F$ , 则  $\frac{S_{\triangle OFB}}{S_{\triangle EAD}}$  的值为 ( )



- A.  $\frac{\sqrt{3}}{9}$       B.  $\frac{1}{24}$       C.  $\frac{1}{9}$       D.  $\frac{1}{64}$

10. (23-24 九年级上·江苏苏州·期中) 如图,  $O$  为坐标原点, 边长为 1 的正方形  $OABC$  的顶点  $A$  在  $x$  轴的正半轴上, 将正方形  $OABC$  绕顶点  $O$  顺时针旋转  $75^\circ$ , 使点  $B$  落在某抛物线上, 则该抛物线的解析式为 ( )

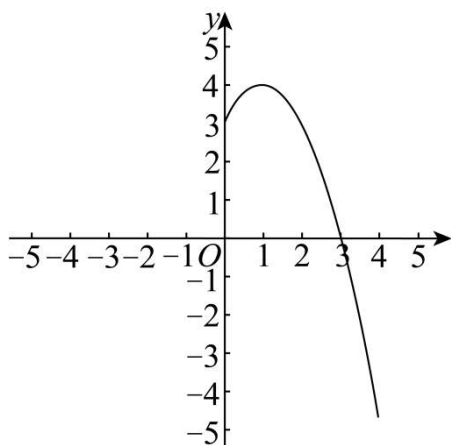


- A.  $y = \frac{\sqrt{2}}{3}x^2$       B.  $y = -\frac{\sqrt{2}}{3}x^2$       C.  $y = -\frac{1}{2}x^2$       D.  $y = -3x^2$

11. (22-23 九年级上·江苏苏州·期中) 对于实数  $a, b$ , 定义运算“ $*$ ”;  $a * b = \begin{cases} a^2 - ab & (a \leq b) \\ b^2 - ab & (a > b) \end{cases}$ , 关于  $x$  的方程  $2x * (x-1) = t$  恰好有三个不相等的实数根, 则  $t$  的取值范围是 ( )

- A.  $0 < t < 1$       B.  $-\frac{1}{2} < t < 1$       C.  $-1 < t < 0$       D.  $-1 < t < \frac{1}{2}$

12. (23-24 九年级上·江苏苏州·期中) 函数  $y = -x^2 + 2|x| + 3$  的自变量  $x$  的取值范围为全体实数, 其中  $x \geq 0$  部分的图象如图所示, 对于此函数有下列结论: ①函数图象关于  $y$  轴对称; ②函数既有最大值, 也有最小值; ③当  $x < -1$  时,  $y$  随  $x$  的增大而增大; ④当  $3 < m < 4$  时, 关于  $x$  的方程  $-x^2 + 2|x| + 3 = m$  有 4 个实数根. 其中正确的结论个数是 ( )



A. 3

B. 2

C. 1

D. 0

13. (22-23 九年级上·江苏苏州·期中) 已知抛物线  $y = -x^2 + 2mx + m$ , 当  $-2 < x < 1$  时,  $y$  随  $x$  的增大而增大,  $m$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

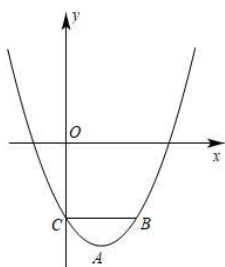
14. (22-23 九年级上·江苏苏州·期中) 抛物线  $y = x^2 - 2x - 1$  与  $x$  轴的交点坐标分别是  $(x_1, 0), (x_2, 0)$ , 则  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} =$  \_\_\_\_\_.

15. (22-23 九年级上·江苏苏州·期中) 已知二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  中, 函数  $y$  与自变量  $x$  的部分对应值如表. 则  $a + b + c$  的值是 \_\_\_\_\_.

$x$	...	-3	-2	-1	0	...
$y$	...	-2	-5	-6	-5	...

16. (23-24 九年级上·江苏苏州·期中) 某商场打出促销广告: 某款球鞋 20 双, 每双售价 240 元, 若一次性购买不超过 10 双时, 售价不变, 若一次性购买超过 10 双时, 每多买 1 双, 则购买的所有球鞋的售价均降低 10 元. 已知该球鞋进价是每双 120 元, 若要使该商店从中获利最多, 则顾客需一次性购买 \_\_\_\_\_ 双.

17. (22-23 九年级上·江苏苏州·期中) 如图, 在平面直角坐标系中, 已知抛物线  $y = x^2 - 2x - 3$  的顶点为  $A$ , 与  $y$  轴交于点  $C$ , 线段  $CB \parallel x$  轴, 交该抛物线于另一点  $B$ . 平移抛物线  $y = x^2 - 2x - 3$ , 使其顶点始终在直线  $AC$  上移动, 当平移后的抛物线与射线  $BA$  只有一个公共点时, 设此时抛物线的顶点的横坐标为  $n$ ,  $n$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

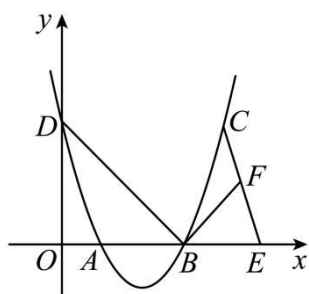


18. (22-23 九年级上·江苏苏州·期中) 已知函数  $y = x^2 + x - 1$  在  $m \leq x \leq 1$  的最大值是 1, 最小值是  $-\frac{5}{4}$ , 则  $m$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

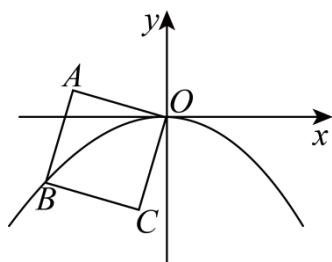
19. (23-24 九年级上·江苏苏州·期中) 抛物线  $y = ax^2 - 4ax + 3 (a \neq 0)$  与  $y$  轴交于点  $A$ . 过点  $B(0, 1)$  作  $y$  轴的垂线  $l$ , 若抛物线  $y = ax^2 - 4ax + 3 (a \neq 0)$  与直线  $l$  有两个交点, 设其中靠近  $y$  轴的交点的横坐标为  $m$ , 且  $|m| < 1$ , 则  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

20. (23-24 九年级上·江苏苏州·期中) 二次函数  $y = ax^2 - 6ax + 5a (a > \frac{1}{2})$  的图像与轴交于点  $A, B$ , 与  $y$  轴交于点  $C$ , 过点  $M(3, 1)$  的直线将  $\triangle ABC$  分成两个面积相等的三角形, 则  $a$  的值为 \_\_\_\_\_.

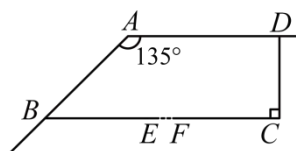
21. (22-23 九年级上·江苏苏州·期中) 如图, 已知抛物线  $y = ax^2 + bx + 4$  与  $x$  轴、 $y$  轴正半轴分别交于点  $A$ 、 $B$ 、 $D$ , 且点  $B$  的坐标为  $(4, 0)$ , 点  $C$  在抛物线上, 且与点  $D$  的纵坐标相等, 点  $E$  在  $x$  轴上, 且  $BE = AB$ , 连接  $CE$ , 取  $CE$  的中点  $F$ , 则  $BF$  的长为 \_\_\_\_\_.



22. (23-24 九年级上·江苏苏州·期中) 如图, 正方形  $OABC$  的边长为 4,  $OA$  与  $x$  轴负半轴的夹角为  $15^\circ$ , 点  $B$  在抛物线  $y = ax^2 (a < 0)$  的图象上, 则  $a$  的值为 \_\_\_\_\_.

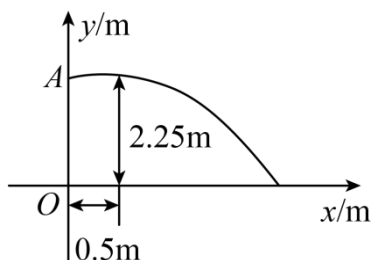


23. (23-24 九年级上·江苏苏州·期中) 如图, 利用  $135^\circ$  的墙角修建一个梯形  $ABCD$  的储料场, 其中  $BC \parallel CD$ , 并使  $\angle C = 90^\circ$ , 新建墙  $BC$  上预留一长为 2 米的门  $EF$ . 如果新建墙  $BE + FC + CD$  总长为 16 米, 设  $CD$  的长为  $x$  米.



- (1) 边  $AD$  的长 ( $x$  的代数式表示);
- (2) 当储料场的面积为 48 平方米时, 求边  $CD$  的长;
- (3) 怎样修建才能使储料场的面积最大? 最大面积多少平方米?

24. (23-24 九年级上·江苏苏州·期中) 如图, 一个圆形喷水池的中央竖直安装了一个柱形喷水装置  $OA$ ,  $OA = 2m$ , 从  $A$  处向外喷出的水流在各个方向上沿形状相同的抛物线路径落下. 王丽芳同学根据题意在图中建立如图所示的坐标系, 水流喷出的高度  $y(m)$  与水平距离  $x(m)$  之间的关系式是  $y = ax^2 + bx + c (x > 0)$ , 已知水流的最高点到  $OA$  的水平距离是  $\frac{1}{2}m$ , 最高点离水面是  $\frac{9}{4}m$ .



求二次函数表达式;

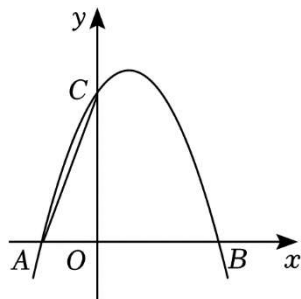
- (1) 若不计其他因素, 水池的半径至少为多少米, 才能使喷出的水流不至于落在池外?

25. (22-23 九年级上·江苏苏州·期中) 某电商销售一款秋季时装, 进价 40 元/件, 售价 110 元/件, 每天销售 20 件. 为了庆祝二十大的胜利召开, 未来 30 天, 这款时装将开展“喜迎二十大, 每天降 1 元”的促销活动, 即从第 1 天起每天的单价均比前一天降 1 元. 通过市场调研发现, 该时装单价每降 1 元, 每天销量增加 4 件.

- (1) 这 30 天内该电商第几天的利润最大? 最大利润是多少?

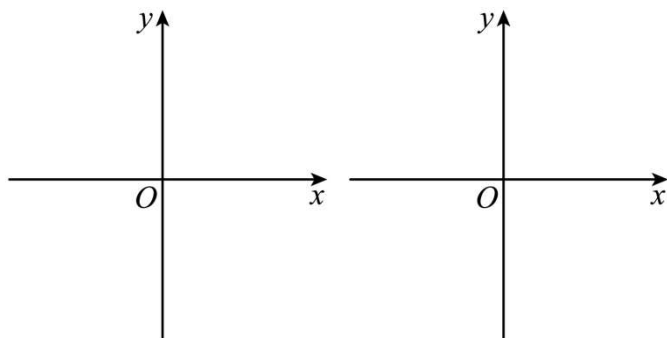
- (2) 为了回馈社会, 在这 30 天内, 该电商决定每销售一件时装, 向希望工程捐  $a$  元 ( $a > 0$ ). 要使每天捐款后的利润随天数  $t$  ( $t$  为正整数) 的增大而增大, 求  $a$  的取值范围.

26. (22-23 九年级上·江苏苏州·期中) 如图, 已知点  $P$  是第一象限内二次函数  $y = -x^2 + 2mx + 3m^2 (m > 0)$  图像上一点, 该二次函数图像与  $x$  轴交于  $A$ 、 $B$  两点 ( $A$  在点  $B$  的左侧), 与  $y$  轴交于点  $C$ , 连接  $AC$ .



- (1) 线段  $AB$  的长为 \_\_\_\_\_ (用含  $m$  的代数式表示);
- (2) 当  $m = 1$  时, 点  $D$  与  $C$  点关于二次函数图像对称轴对称, 若  $AD$  平分  $\angle CAP$ , 求点  $P$  的坐标;
- (3) 若  $\triangle ABC$  是直角三角形, 点  $E$  是  $AP$  与  $BC$  的交点, 则  $\frac{AE}{PE}$  的最小值是多少? 直接写出答案即可.

27. (22-23 九年级上·江苏苏州·期中) 已知抛物线  $y = ax^2 - 2ax + c$  的图象与  $x$  轴交于  $A$ 、 $B$  两点 (点  $A$  在点  $B$  的左侧), 与  $y$  轴正半轴交于  $C$  点, 顶点为  $M$ , 直线  $MD \perp x$  轴于点  $D$ .



- (1) 当  $a > 0$  时, 已知  $OC = \frac{3}{4}MD$ , 求  $AB$  的长;
- (2) 当  $a < 0$  时, 若  $OC = OB$ ,  $\tan \angle ACB = 2$ , 求抛物线的解析式;
- (3) 在 (2) 的条件下, 作直线  $AC$  和直线  $BC$ , 点  $P$  为抛物线第一象限上一点,  $PQ \parallel AC$  交直线  $BC$  于  $Q$  点, 求  $PQ$  的最小值.

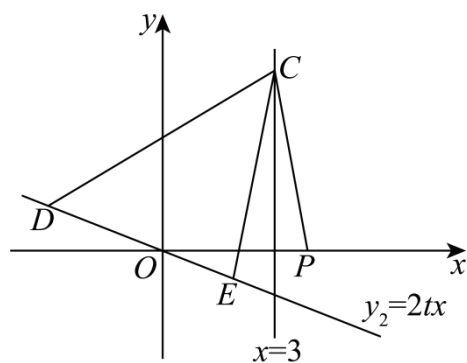
28. (23-24 九年级上·江苏苏州·期中) 定义: 若一个函数图像中存在横、纵坐标相等的点, 则称该点为这个函数图像的“等值点”, 例如: 点  $(1, 1)$  是函数  $y = 2x - 1$  的图像的“等值点”.

(1) 分别判断函数  $y = 2x + 1$ ,  $y = x^2 - x + 2$  的图像上是否存在“等值点”? 如果存在, 求出“等值点”的坐标; 如果不存在, 请说明理由;

(2) 设函数  $y = \frac{9}{x} (x > 0)$ ,  $y = -x + b (x > 0)$  的图像的“等值点”分别为点  $A$ 、 $B$ , 过点  $B$  作  $BC \perp x$  轴, 垂足为  $C$ , 当  $\triangle ABC$  面积为 3 时, 求  $b$  的值;

(3) 若函数  $y = x^2 - 4 (x \geq m)$  的图像记为  $W_1$ , 将其沿直线  $x = m$  翻折后的图像记为  $W_2$ , 当  $W_1$  与  $W_2$  组合成的图像上恰有两个“等值点”时, 请求出  $m$  的取值范围.

29. (23-24 九年级上·江苏苏州·期中) “距离”是数学研究的重要对象,如我们所熟悉的两点间的距离. 现在我们定义一种新的距离:已知  $P(a,b)$ ,  $Q(c,d)$  是平面直角坐标系内的两点,我们将  $|a-c|+|b-d|$  称作  $P, Q$  间的“L 型距离”,记作  $L(P,Q)$ ,即  $L(P,Q)=|a-c|+|b-d|$ . 已知二次函数  $y_1$  的图象经过平面直角坐标系内的  $A, B, C$  三点,其中  $A, B$  两点的坐标分别为  $A(-1,0)$ ,  $B(0,4)$ ,点  $C$  在直线  $x=3$  上运动,且满足  $L(B,C) \leq BC$ .



(1) 求  $L(A,B)$ ;

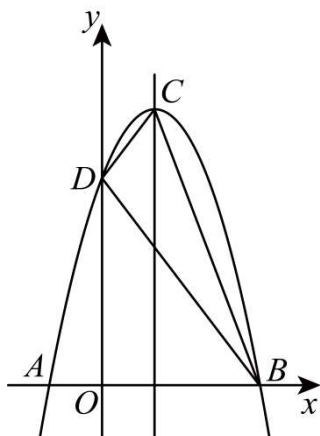
(2) 求抛物线  $y_1$  的表达式;

(3) 已知  $y_2=2tx$  是该坐标系内的一个一次函数. 若  $D, E$  是  $y_2=2tx$  图象上的两个动点,且  $DE=4$ ,求  $\triangle CDE$  面积的最大值.

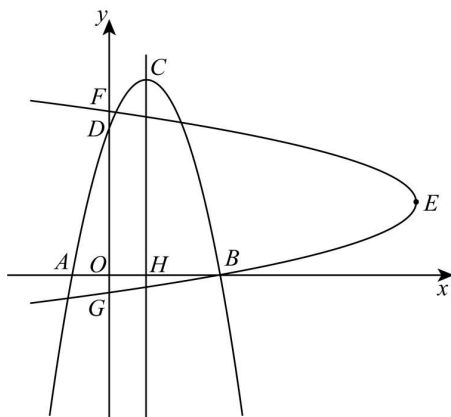
30. (23-24 九年级上·江苏苏州·期中) 如图, 抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  与  $x$  轴分别交于  $A(-2, 0)$ 、 $B(6, 0)$ , 与  $y$  轴交于  $D(0, 8)$  顶点为  $C$ .

(1) 求该抛物线的解析式, 及顶点  $C$  的坐标.

(2) 如图 (1) 抛物线上是否存在一点  $P$ , 使得  $S_{\triangle PBD} = S_{\triangle CBD}$ , 若存在, 求出点  $P$ , 若不存在, 请说明理由:



图(1)



图(2)

(3) 如图 (2), 将该抛物线绕点  $B$  顺时针旋转  $90^\circ$ , 交  $y$  轴于点  $F$ 、 $G$ , 顶点  $C$  旋转至点  $E$ , 在旋转后抛物线上  $EG$  之间, 是否存在一点  $M$ , 使得四边形  $CGME$  面积最大? 若存在, 请直接写出  $M$  点坐标, 若不存在, 请说明理由.