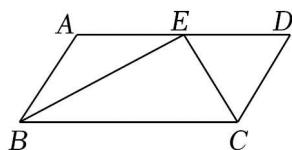


高数见林初二数学每日一练(2.25)

参考答案与解析

1. 如图,在 $\square ABCD$ 中, $AB=3$, $\angle ABC$ 与 $\angle BCD$ 的角平分线交于点 E ,若点 E 恰好在 AD 边上,则 CE^2+BE^2 的值为 ()

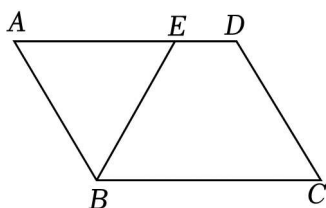


- A. 12 B. 16 C. 24 D. 36

【解析】解: \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $AB=3$,
 $\therefore DC=AB=3$, $AD \parallel BC$, $AB \parallel CD$,
 $\therefore \angle AEB = \angle CBE$, $\angle DEC = \angle DCE$, $\angle ABC + \angle DCB = 180^\circ$,
 $\because \angle ABC$ 与 $\angle BCD$ 的角平分线交于点 E ,点 E 恰好在 AD 边上,
 $\therefore \angle ABE = \angle CBE = \frac{1}{2}\angle ABC$, $\angle DCE = \angle BCE = \frac{1}{2}\angle DCB$,
 $\therefore \angle AEB = \angle ABE$, $\angle DEC = \angle DCE$, $\angle CBE + \angle BCE = \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle DCB) = 90^\circ$,
 $\therefore \angle BEC = 180^\circ - (\angle CBE + \angle BCE) = 90^\circ$,
 $\therefore AE = AB = 3$, $DE = DC = 3$, $\angle BEC = 180^\circ - (\angle CBE + \angle BCE) = 90^\circ$,
 $\therefore BC = AD = AE + DE = 3 + 3 = 6$,
 $\therefore CE^2 + BE^2 = BC^2 = 6^2 = 36$,

故选: D.

2. 如图, $\square ABCD$ 中, BE 平分 $\angle ABC$ 交 AD 于 E ,若 $\angle C = 56^\circ$,则 $\angle BED$ 度数为 ()

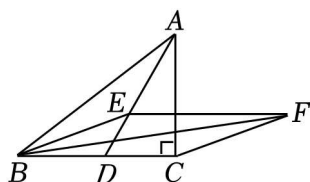


- A. 112° B. 118° C. 119° D. 120°

【解析】解: \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.
 $\therefore AD \parallel BC$, $AB \parallel CD$,
 $\therefore \angle ABC + \angle C = 180^\circ$,
 $\therefore \angle ABC = 180^\circ - \angle C = 180^\circ - 56^\circ = 124^\circ$,
 $\because BE$ 平分 $\angle ABC$,
 $\therefore \angle EBC = 124^\circ \div 2 = 62^\circ$,
 $\because AD \parallel BC$,
 $\therefore \angle EBC + \angle BED = 180^\circ$,
 $\therefore \angle BED = 180^\circ - \angle EBC = 180^\circ - 62^\circ = 118^\circ$,

故选: B.

3. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 3$, $BC = 4$,点 D 为 BC 上一点, $\angle DAC = 30^\circ$, E 为射线 AD 上一动点,四边形 $BCFE$ 为平行四边形,连接 BF ,则 BF 的最小值为 ()



A. $\frac{15}{4}\sqrt{3}$

B. $\frac{5}{2}\sqrt{3}+1$

C. $4\sqrt{3}-\frac{3}{2}$

D. $\frac{3}{2}\sqrt{3}+3$

【解析】解：延长 BC 到点 G ，使 $CG=BD$ ，作直线 FG ，作 $BH \perp FG$ 于点 H ，

$$\because \angle ACB = 90^\circ, AC = 3, BC = 4, \angle DAC = 30^\circ,$$

$$\therefore AD = 2CD,$$

$$\therefore AC = \sqrt{AD^2 - CD^2} = \sqrt{(2CD)^2 - CD^2} = \sqrt{3}CD = 3,$$

$$\therefore CD = \sqrt{3},$$

$$\therefore CG = BD = 4 - \sqrt{3},$$

$$\therefore BG = BC + CG = 4 + 4 - \sqrt{3} = 8 - \sqrt{3},$$

\therefore 四边形 $BCFE$ 是平行四边形，

$$\therefore BC \parallel EF, BC = EF,$$

$$\therefore DG \parallel EF, DG = CG + CD + BD + CD = BC = EF,$$

\therefore 四边形 $DGFE$ 是平行四边形，

$$\therefore FG \parallel DE,$$

\therefore 点 F 在经过点 G 且与 DE 平行的直线上运动，

$$\therefore \angle BHG = 90^\circ, \angle BGH = \angle ADG = 90^\circ - \angle DAC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle GBH = 90^\circ - \angle BGH = 30^\circ,$$

$$\therefore GH = \frac{1}{2}BG = \frac{1}{2} \times (8 - \sqrt{3}) = 4 - \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore BG = 2GH,$$

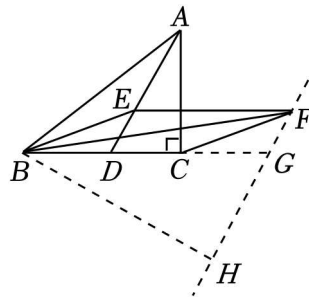
$$\therefore BH = \sqrt{BG^2 - GH^2} = \sqrt{(2GH)^2 - GH^2} = \sqrt{3}GH = \sqrt{3} \times \left(4 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 4\sqrt{3} - \frac{3}{2},$$

$$\therefore BF,$$

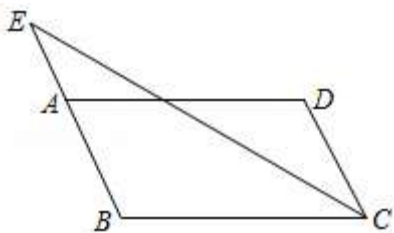
$$\therefore BF \geq 4\sqrt{3} - \frac{3}{2},$$

$$\therefore BF \text{ 的最小值为 } 4\sqrt{3} - \frac{3}{2},$$

故选：C.



4. 如图，在 $\square ABCD$ 中， $AE = 2$ ， $AD = 5$ ， $\angle BCD$ 的平分线与 BA 的延长线相交于点 E ，则 CD 的长为 3。



【解析】解： \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AB \parallel CD, AD = BC = 5,$$

$$\therefore \angle E = \angle DCE,$$

$\because CE$ 是 $\angle BCD$ 的平分线，

$$\therefore \angle BCE = \angle DCE,$$

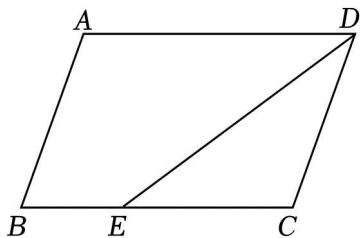
$$\therefore \angle E = \angle BCE,$$

$$\therefore BE = BC = 5,$$

$$\therefore CD = AB = BE - AE = 5 - 2 = 3,$$

故答案为：3.

5. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， DE 平分 $\angle ADC$ ， $AD = 12$ ， $BE = 4$ ，则平行四边形 $ABCD$ 的周长是 40。



【解析】解：∵ DE 平分 $\angle ADC$,

$$\therefore \angle ADE = \angle CDE,$$

∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AD \parallel BC, AD = BC = 12,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle DEC, CE = BC - BE = 12 - 4 = 8,$$

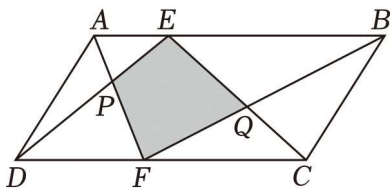
$$\therefore \angle DEC = \angle CDE,$$

$$\therefore CD = CE = 8,$$

$$\therefore \text{平行四边形 } ABCD \text{ 的周长是 } 2(AD + CD) = 2 \times (8 + 12) = 40,$$

故答案为: 40.

6. 如图, E 、 F 分别是平行四边形 $ABCD$ 的边 AB 、 CD 上的点, AF 与 DE 相交于点 P , BF 与 CE 相交于点 Q , 若 $S_{\triangle APD} = 17\text{cm}^2$, $S_{\triangle BQC} = 27\text{cm}^2$, 则阴影部分的面积为 44 cm^2 .



【解析】解: 如图, 连接 EF

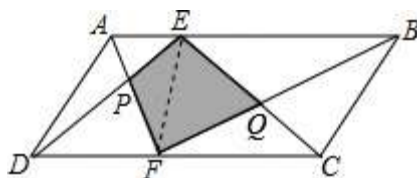
∵ $\triangle ADF$ 与 $\triangle DEF$ 同底等高,

$$\therefore S_{\triangle ADF} = S_{\triangle DEF}, \text{ 即 } S_{\triangle ADF} - S_{\triangle DPF} = S_{\triangle DEF} - S_{\triangle DPF}, \text{ 即 } S_{\triangle APD} = S_{\triangle EPF} = 17\text{cm}^2,$$

同理可得 $S_{\triangle BQC} = S_{\triangle EFQ} = 27\text{cm}^2$,

$$\therefore \text{阴影部分的面积为 } S_{\triangle EPF} + S_{\triangle EFQ} = 17 + 27 = 44\text{cm}^2.$$

故答案为: 44.



7. 如图, 点 O 为 $\square ABCD$ 的对角线 BD 的中点, 经过点 O 的直线分别交 AB 和 CD 于点 E , F , 交 DA 和 BC 的延长线于点 G , H .

(1) 求证: $OE = OF$;

(2) 若 $OG = 5$, $HF = 2$, 求 OF 的长.

【解析】(1) 证明: ∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle OEB = \angle OFD,$$

∵ O 是 BD 的中点,

$$\therefore OB = OD,$$

$$\text{在 } \triangle BOE \text{ 和 } \triangle DOF \text{ 中, } \begin{cases} \angle OEB = \angle OFD \\ \angle EOB = \angle FOD, \\ OB = OD \end{cases}$$

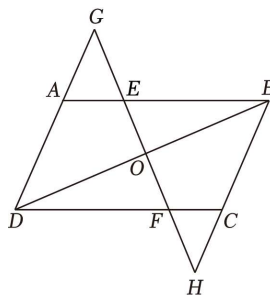
$$\therefore \triangle BOE \cong \triangle DOF (AAS),$$

$$\therefore OE = OF.$$

(2) 解: ∵ $CB \parallel AD$,

$$\therefore \angle H = \angle G,$$

$$\text{在 } \triangle BOH \text{ 和 } \triangle DOG \text{ 中, } \begin{cases} \angle H = \angle G \\ \angle BOH = \angle DOG, \\ OB = OD \end{cases}$$



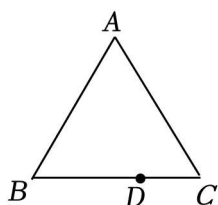
$$\begin{aligned} \therefore \triangle BOH &\cong \triangle DOG(AAS), \\ \therefore OH &= OG = 5, \\ \therefore OF &= OH - HF = 5 - 2 = 3, \\ \therefore OF &\text{的长是 } 3. \end{aligned}$$

8. 如图, 在等边 $\triangle ABC$ 中, 点 D 为边 BC 上的一动点, 以点 D 为旋转中心, 把线段 DA 顺时针旋转 60° , 得到线段 DF , 过点 F 作 $FE \perp BC$ 交 BC 的延长线于点 E , 连接 CF .

(1) 依题意补全图形;

(2) 在 (1) 补全的图形中的 AC 上截取 CP , 使 $CP = BD$, 连接 BP , FP , 请判断四边形 $BDFP$ 的形状, 并说明理由;

(3) 若点 M 是线段 CF 的中点, 连接 AE , BM , 线段 AE 与 BM 交于点 O , 求 $\angle AOB$ 的度数.



【解析】解: (1) 依题意补全图形, 如图 1;

(2) 四边形 $BDFP$ 是平行四边形. 理由如下:

连接 AF , 如图 2,

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$\therefore AB = AC, \angle BAC = \angle ACB = 60^\circ$.

以 D 为中心线段 DA 顺时针旋转 60° 得到线段 DF ,

$\therefore \angle ADF = 60^\circ, AD = DF$.

$\therefore \triangle ADF$ 是等边三角形.

$\therefore AD = AF, \angle DAF = \angle ADF = 60^\circ$.

$\because \angle DAF = \angle DAC + \angle 2 = 60^\circ, \angle DAC + \angle 1 = 60^\circ$,

$\therefore \angle 1 = \angle 2$,

$$\text{在 } \triangle ADB \text{ 与 } \triangle AFC \text{ 中, } \begin{cases} AB = AC \\ \angle 1 = \angle 2 \\ AD = AF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADB \cong \triangle AFC(SAS)$,

$\therefore DB = CF, \angle ACF = \angle ABD = 60^\circ$,

$\because CP = BD$,

$\therefore CP = CF$,

$\therefore \triangle PCF$ 是等边三角形,

$\therefore \angle CPF = \angle ACB = 60^\circ, PF = CP = BD$,

$\therefore PF \parallel BD$,

\therefore 四边形 $BDFP$ 是平行四边形;

(3) 如图 3,

$\because \triangle ADB \cong \triangle AFC$,

$\therefore \angle ACF = \angle ABC = 60^\circ$,

$\because \angle ACB = 60^\circ$, 点 B, C, E 在一条直线上,

$\therefore \angle FCE = 60^\circ$,

$\therefore \angle ACB + \angle ACF = \angle FCE + \angle ACF = 120^\circ$,

$\therefore \angle BCM = \angle ACE$.

$\because FE \perp BC, \angle FCE = 60^\circ$,

$\therefore \angle CFE = 30^\circ$,

$\therefore CE = CF$;

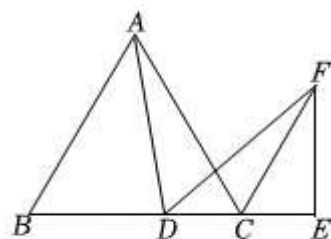


图1

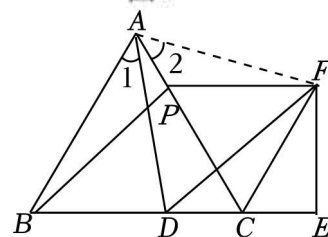


图2

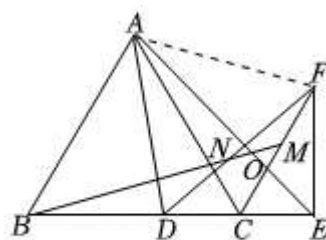


图3

又 $\because M$ 为 CF 的中点,

$$\therefore CM = CF,$$

$$\therefore CM = CE.$$

在 $\triangle BCM$ 与 $\triangle ACE$ 中,
$$\begin{cases} BC = AC \\ \angle BCM = \angle ACE, \\ CM = CE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BCM \cong \triangle ACE (SAS),$$

$$\therefore \angle CBM = \angle CAE.$$

设 AC 与 BM 交于点 N ,

$$\therefore \angle BNC = \angle ANO,$$

$$\therefore \angle AOB = \angle ACB = 60^\circ.$$