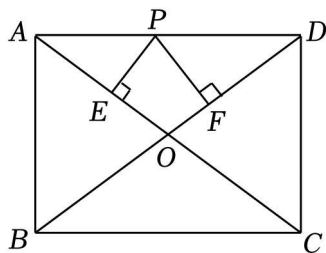


高数见林初二数学每日一练(2.27)

参考答案与解析

1. 如图,在矩形 $ABCD$ 中, $AB=6$, $AD=8$, P 是 AD 上不与 A 和 D 重合的一个动点,过点 P 分别作 AC 和 BD 的垂线,垂足为 E, F ,则 $PE+PF$ 的值为 (公众号:高数见林) ()



A. $\frac{12}{5}$

B. $\frac{24}{5}$

C. 5

D. $\frac{28}{5}$

【解析】解:连接 OP ,

\because 四边形 $ABCD$ 是矩形, $AB=6$, $AD=8$,

$\therefore \angle BAD=90^\circ$, $OA=OC=\frac{1}{2}AC$, $OD=OB=\frac{1}{2}BD$, 且 $AC=BD$,

$\therefore BD=\sqrt{AB^2+AD^2}=\sqrt{6^2+8^2}=10$, (公众号:高数见林)

$\therefore OA=OD=5$,

$\therefore S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}AB \cdot AD=\frac{1}{2} \times 6 \times 8=24$,

$\therefore S_{\triangle AOD}=S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABD}=12$,

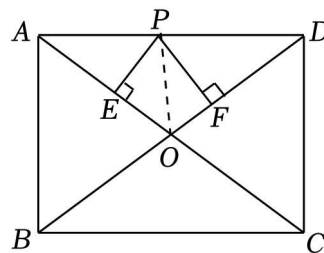
$\because PE \perp AC$ 于点 E , $PF \perp BD$ 于点 F ,

$\therefore S_{\triangle AOP}+S_{\triangle DOP}=\frac{1}{2}OA \cdot PE+\frac{1}{2}OD \cdot PF=S_{\triangle AOD}$,

$\therefore \frac{1}{2} \times 5PE+\frac{1}{2} \times 5PF=12$, (公众号:高数见林)

$\therefore PE+PF=\frac{24}{5}$,

故选: B.



2. 如图,在矩形 $ABCD$ 中, $AB=2$, $BC=4$, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , 过点 O 的直线交 CD 的延长线于点 G , 交边 AD 于点 E , 若 $AE=2.5$, 则 DG 的长为 (公众号:高数见林) ()

A. 1.5

B. 2

C. 2.5

D. 3

【解析】解:设直线 OG 交 BC 于点 F ,

\because 四边形 $ABCD$ 是矩形, $AB=2$, $BC=4$, $AE=2.5$, 对角线 AC 、 BC 交于点 O ,

$\therefore OA=OC$, $AD \parallel BC$, $CD=AB=2$, $AD=BC=4$, $\angle BCD=\angle ADC=\angle ADG=90^\circ$,

$\therefore \angle OAE=\angle OCF$, (公众号:高数见林) $\angle OEA=\angle OFC$, $DE=AD-AE=4-2.5=1.5$,

$\therefore \triangle AOE \cong \triangle COF$ (AAS),

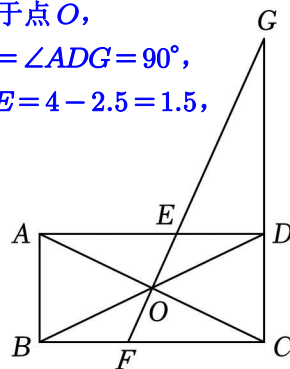
$\therefore AE=CF=2.5$,

$\therefore S_{\text{四边形}CDEF}=\frac{1}{2} \times (1.5+2.5) \times 2=4$,

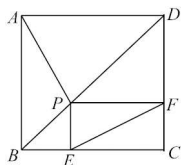
$\therefore S_{\triangle CFG}=4+\frac{1}{2} \times 1.5DG=\frac{1}{2} \times 2.5(2+DG)$,

$\therefore DG=3$, (公众号:高数见林)

故选: D.



3. 如图, P 是矩形 $ABCD$ (公众号: 高数见林) 的对角线 BD 上一点, $AB=3$, $BC=5$, $PE \perp BC$ 于点 E , $PF \perp CD$ 于点 F , 连接 AP , EF , 则 $AP+EF$ 的最小值为 (公众号: 高数见林) ()



A. $\frac{\sqrt{34}}{2}$

B. 4

C. $\sqrt{34}$

D. 8

【解析】解: 连接 CP ,

\because 四边形 $ABCD$ 是矩形 (公众号: 高数见林),

$\therefore EF=CP$,

$\therefore AP+EF$ 的最小值即为 $AP+CP$ 的最小值,

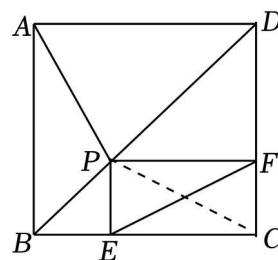
当 A, P, C 三点共线时, $AP+CP$ 的值最小, 且为 AC 的长度,

\because 四边形 $ABCD$ 是矩形,

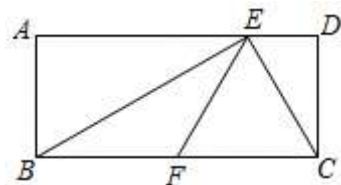
$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34},$$

$\therefore AP+EF$ 的最小值为 $\sqrt{34}$,

故选: C.



4. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, (公众号: 高数见林) F 是 BC 中点, E 是 AD 上一点, 且 $\angle ECD = 30^\circ$, $\angle BEC = 90^\circ$, $EF = 4\text{cm}$, 则矩形的面积为 $16\sqrt{3}\text{cm}^2$.



【解析】解: $\because F$ 是 BC 中点, $\angle BEC = 90^\circ$, $EF = 4\text{cm}$,

$$\therefore EF = BF = FC, BC = 2EF = 2 \times 4 = 8(\text{cm}),$$

$\because \angle ECD = 30^\circ$, (公众号: 高数见林)

$$\therefore \angle BCE = 90^\circ - \angle EBC = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ,$$

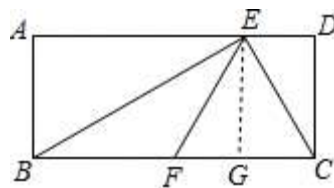
$\therefore \triangle CEF$ 是等边三角形,

过点 E 作 $EG \perp CF$ 于点 G ,

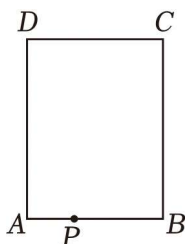
$$\text{则 } EG = \frac{\sqrt{3}}{2} EF = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 2\sqrt{3}(\text{cm}),$$

$$\therefore \text{矩形的面积} = 8 \times 2\sqrt{3} = 16\sqrt{3}(\text{cm}^2).$$

故答案为: $16\sqrt{3}\text{cm}^2$.



5. (公众号: 高数见林) 如图, 在长方形 $ABCD$ 中, $AB=6\text{cm}$, $BC=8\text{cm}$, 现有一动点 P 从点 A 出发以 1cm/s 的速度, 沿长方形的边 $AB \rightarrow BC \rightarrow CD \rightarrow DA$ 运动, 点 P 返回到点 A 即停止. 设点 P 的运动时间为 t s, 连接 CP , DP , 当 $\triangle CDP$ 是等腰三角形时, t 的值为 3秒或8秒或26秒.



【解析】【解答】解: 在长方形 $ABCD$ 中, $AB=CD=6\text{cm}$, $AD=BC=8\text{cm}$,

①当点 P 在 AB 上时, $\triangle CDP$ 是等腰三角形,

$$\therefore PD = CP,$$

由条件可知 (公众号:高数见林) $\triangle DAP \cong \triangle CBP (HL)$,

$$\therefore AP = BP,$$

$$\therefore AP = \frac{1}{2}AB = 3\text{cm},$$

$$\therefore t = 3 \div 1 = 3\text{s},$$

②当点 P 在 BC 上时, $\triangle CDP$ 是等腰三角形,

由条件可知 $CD = CP = 6\text{cm}$,

$$\therefore BP = CB - CD = 2\text{cm},$$

$$\therefore t = (AB + BP) \div 1 = (6 + 2) \div 1 = 8\text{s},$$

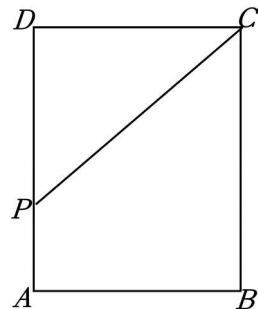
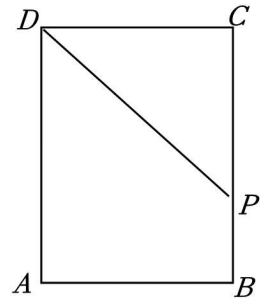
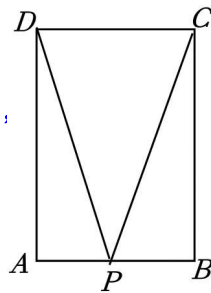
③ (公众号:高数见林) 当点 P 在 AD 上时, $\triangle CDP$ 是等腰三角形,

由条件可知 $DP = CD = 6\text{cm}$,

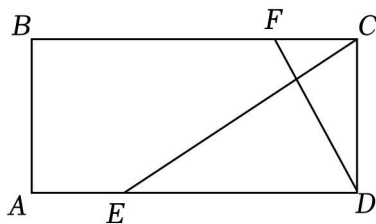
$$\therefore t = (AB + BC + CD + DP) \div 1 = (6 + 8 + 6 + 6) \div 1 = 26(\text{秒}),$$

综上所述, $t = 3$ 秒或 8 秒或 26 秒时, $\triangle CDP$ 是等腰三角形.

故答案为: 3 秒或 8 秒或 26 秒.



6. 如图,在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 1$, $AD = 2$, 点 E 在边 AD 上, (公众号:高数见林) 点 F 在边 BC 上, 且 $AE = CF$, 连接 CE , DF , 则 $CE + DF$ 的最小值 $2\sqrt{2}$.



【解析】解:如图 (公众号:高数见林), 连接 BE ,

\because 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore AB = CD, \angle BAE = \angle DCF = 90^\circ,$$

$$\text{在 } \triangle ABE \text{ 和 } \triangle CDF \text{ 中, } \begin{cases} AB = CD \\ \angle BAE = \angle DCF \\ AE = CF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF (ASA),$$

$$\therefore BE = DF,$$

$$\therefore CE + DF = CE + BE,$$

如图 (公众号:高数见林), 作点 B 关于 A 点的对称点 B' , 连接 CB' 即为 $CE + BE$ 的最小值,

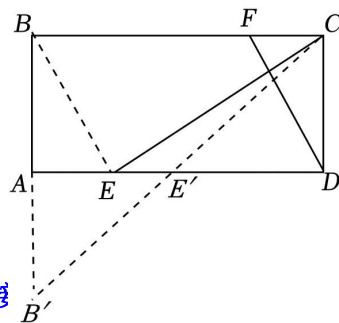
$$\therefore AB = 1, AD = 2,$$

$$\therefore BB' = 2, BC = 2,$$

在直角三角形 $BB'C$ 中, 由勾股定理得: $CB' = \sqrt{BB'^2 + BC^2} = 2\sqrt{2}$,

$$\therefore CE + DF \text{ 的最小值为 } 2\sqrt{2},$$

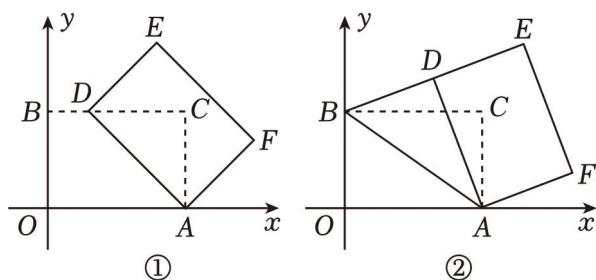
故答案为: $2\sqrt{2}$.



7. 如图,在平面直角坐标系中,四边形 $AOBC$ 是矩形,点 A 的坐标为 $(5,0)$,点 B 的坐标为 $(0,3)$,以点 A 为中心,顺时针旋转矩形 $AOBC$,得到矩形 $ADEF$,点 O, B, C 的对应点分别为 D, E, F .

(1) 如图①,当点 D 落在 BC 边上时,求点 D 的坐标; (公众号:高数见林)

(2) 如图②,当点 D 落在线段 BE 上时,连接 AB . 求证: $\triangle ADB \cong \triangle AOB$.



【解析】(1) 解: \because 点 $A(5,0)$, 点 $B(0,3)$.

$$\therefore OA = 5, OB = 3,$$

\therefore 四边形 $AOBC$ 是矩形,

$$\therefore AC = OB = 3, OA = BC = 5, \angle OBC = \angle C = 90^\circ,$$

\therefore 顺时针旋转矩形 $AOBC$, 得到矩形 $ADEF$,

$$\therefore AD = AO = 5,$$

$$\text{在 } Rt\triangle ADC \text{ 中}, CD = \sqrt{AD^2 - AC^2} = 4,$$

$$\therefore BD = BC - CD = 1,$$

$$\therefore D(1,3);$$

(2) 证明: \because 四边形 $ADEF$ 是矩形 (公众号: 高数见林),

$$\therefore \angle ADE = 90^\circ,$$

\therefore 点 D 在线段 BE 上,

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ,$$

由 (1) 可知: $AD = AO$,

$$\text{又 } \because AB = AB, \angle AOB = 90^\circ,$$

$$\therefore Rt\triangle ADB \cong Rt\triangle AOB (HL).$$

8. 如图 (公众号: 高数见林), 点 A 在 $\angle MON$ 的边 ON 上, $AB \perp OM$ 于 B , $AE = OB$, $DE \perp ON$ 于 E , $AD = AO$, $DC \perp OM$ 于 C .

(1) 求证: 四边形 $ABCD$ 是矩形;

(2) 若 $DE = 3$, $OE = 9$, 求 AD 的长.

【解析】(1) 证明: $\because AB \perp OM$ 于 B , $DE \perp ON$ 于 E ,

$$\therefore \angle ABO = \angle DEA = 90^\circ.$$

$$\text{在 } Rt\triangle ABO \text{ 与 } Rt\triangle DEA \text{ 中}, \begin{cases} AO = AD \\ OB = AE \end{cases},$$

$$\therefore Rt\triangle ABO \cong Rt\triangle DEA (HL)$$

$$\therefore \angle AOB = \angle DAE.$$

$$\therefore AD \parallel BC.$$

又 $\because AB \perp OM$, $DC \perp OM$,

$$\therefore AB \parallel DC.$$

\therefore 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore \angle ABC = 90^\circ,$$

\therefore 四边形 $ABCD$ 是矩形;

(2) 解: 由 (1) 知 $Rt\triangle ABO \cong Rt\triangle DEA$,

$$\therefore AB = DE = 3,$$

设 $AD = x$, 则 $OA = x$, $AE = OE - OA = 9 - x$.

在 $Rt\triangle DEA$ 中, 由 $AE^2 + DE^2 = AD^2$ 得: $(9 - x)^2 + 3^2 = x^2$, 解得 $x = 5$.

$$\therefore AD = 5. \text{ 即 } AD \text{ 的长为 } 5.$$

