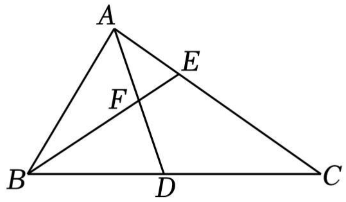
初二数学每日三题(9.15)

参考答案与解析

1. 如图，在ΔABC中，已知点D为BC的中点，点E在AC边上，且$EC=2AE$，AD、BE相交于点F，若ΔABC的面积为24，则四边形$CDFE$的面积是　　(　　)



A. 8　　B. 9　　C. 10　　D. 11

【解析】解：如图，取BE的中点K，连接DK，CF，

$\because$点D是BC的中点，$EC=2AE$，

$\therefore KD \parallel AC$，$KD=\frac{1}{2}EC=AE$，

$\therefore \angle KDF=\angle EAF$，$\angle DKF=\angle AEF$，

$\therefore \Delta KDF \cong \Delta EAF\ (ASA)$，.

$\therefore DF=AF$，

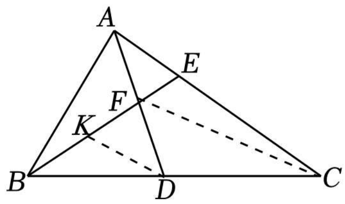
$\because \Delta ABC$的面积为24，

$\therefore S_{AFC}+S_{\Delta DFC}=12$，

$\therefore S_{\Delta AFC}=S_{\Delta DFC}=6$，

$\because S_{\Delta AEF}=\frac{1}{3}S_{\Delta AFC}=2$，

$\therefore$四边形$CDFE$的面积$=S_{\Delta ADC}-S_{\Delta AEF}=12-2=10$，

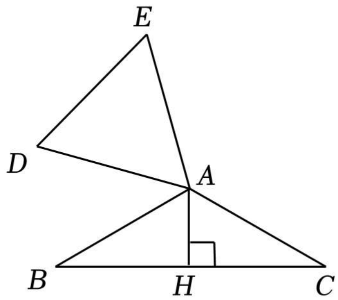


故选：C.

2. 若$\triangle ABC$和$\triangle ADE$均为等腰三角形，且$AB=AC=AD=AE$，当$\angle ABC$和$\angle ADE$互余时，称$\triangle ABC$与$\triangle ADE$互为“底余等腰三角形”，$\triangle ABC$的边BC上的高AH叫做$\triangle ADE$的“余高”．如图，$\triangle ABC$与$\triangle ADE$互为“底余等腰三角形”．

(1) 若连接BD，CE，判断$\triangle ABD$与$\triangle ACE$是否互为“底余等腰三角形”：__是__ (填“是”或“否”)；

(2) 当$\angle BAC=90^\circ$时，若$\triangle ADE$的“余高”$AH=3$，则$DE=$ ______ .



【解析】解：(1) 如图1，连接BD、CE，

$\because AB=AC=AD=AE$，

$\therefore \angle ABC=\angle ACB$，$\angle ADE=\angle AED$，$\angle ADB=\angle ABD$，$\angle AEC=\angle ACE$，

$\therefore \angle ABC+\angle ACB+\angle ADE+\angle AED=2(\angle ABC+\angle ADE)$，

$\angle ADB+\angle ABD+\angle AEC+\angle ACE=2(\angle ADB+\angle AEC)$，

$\because \angle ABC+\angle ADE=90^\circ$，

$\therefore 2(\angle ABC+\angle ADE)=180^\circ$，

$\because$由四边形$BDEC$内角和可得$\angle ABC+\angle ACB+\angle ADE+\angle AED+\angle ADB+\angle ABD+\angle AEC+\angle ACE=360^\circ$，

$\therefore 2(\angle ABC+\angle ADE)+2(\angle ADB+\angle AEC)=360^\circ$，

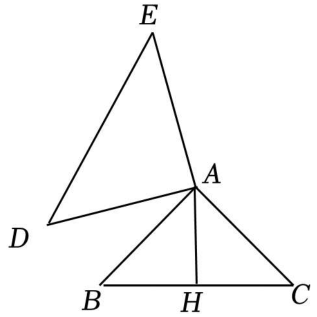
$\therefore 2(\angle ADB+\angle AEC)=180^\circ$，

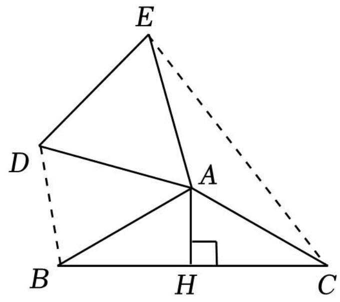
$\therefore \angle ADB+\angle AEC=90^\circ$，

$\therefore \triangle ABD$与$\triangle ACE$互为“底余等腰三角形”，

故答案为：是.

(2) 如图：





$\because \angle BAC=90^\circ$，$AB=AC=AD=AE$，

$\therefore \angle B=\angle C=45^\circ$，

$\because \angle B+\angle D=90^\circ$，

$\therefore \angle D=45^\circ$，

$\therefore \angle D=\angle E=\angle B=\angle C=45^\circ$，

$\therefore \triangle ADE\cong\triangle ABC(AAS)$，

$\therefore DE=BC$，

$\because AB=AC$，$AH\perp BC$，

$\therefore BH=CH$，$\angle HAB=\angle HAC=45^\circ$，

$\therefore AH=BH=CH=\dfrac{1}{2}BC=3$，

$\therefore DE=BC=6$，

故答案为：6.

3.【初步感知】

(1) 如图1，已知$\triangle ABC$为等边三角形，点D为边BC上一动点(点D不与点B，点C重合). 以AD为边向右侧作等边$\triangle ADE$，连接CE. 求证：$\triangle ABD\cong\triangle ACE$；

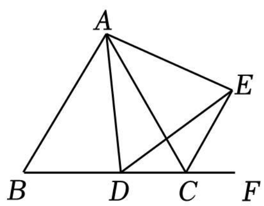


图1

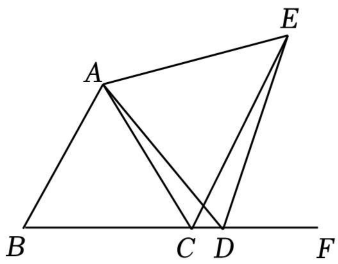


图2

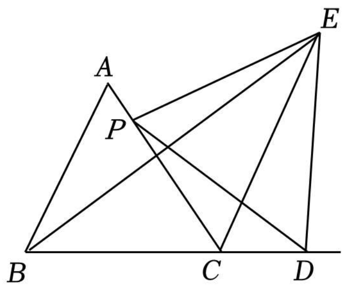


图3

【类比探究】

(2) 如图2，若点D在边BC的延长线上，随着动点D的运动位置不同，线段EC，AC，CD之间的数量关系为______ $EC=AC+CD$ ______，请证明你的结论.

【拓展应用】

(3) 如图3，在等边$\triangle ABC$中，$AB=5$，点P是边AC上一定点且$AP=2$，若点D为射线BC上动点，以DP为边向右侧作等边$\triangle DPE$，连接CE，BE. 请问：$PE+BE$是否有最小值？若有，请求出其最小值；若没有，请说明理由.

【解析】(1) 证明：$\because \triangle ABC$和$\triangle ADE$是等边三角形，

$\therefore AB=AC$，$AD=AE$，$\angle BAC=\angle DAE=60^\circ$，

$\because \angle BAC=\angle DAE$，

$\therefore \angle BAC-\angle DAC=\angle DAE-\angle DAC$即$\angle BAD=\angle CAE$

在$\triangle ABD$和$\triangle ACE$中，$\begin{cases}AB=AC\\ \angle BAD=\angle CAE，\\ AD=AE\end{cases}$

$\therefore \triangle ABD\cong\triangle ACE(SAS)$；

(2) 解：$EC=AC+CD$；理由如下：

$\because \triangle ABC$和$\triangle ADE$是等边三角形，

$\therefore AB=AC$，$AD=AE$，$\angle BAC=\angle DAE=60^\circ$.

$\because \angle BAC=\angle DAE$,

$\therefore \angle BAC+\angle DAC=\angle DAE+\angle DAC$,即 $\angle BAD=\angle CAE$.

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中,$\begin{cases}AB=AC\\ \angle BAD=\angle CAE,\\ AD=AE\end{cases}$

$\therefore \triangle ABD\cong\triangle ACE(SAS)$.

$\therefore CE=BD$,

$\because AC=BC$,

$\therefore CE=BD=BC+CD=AC+CD$;

(3) 解:$PE+BE$ 有最小值;理由如下:

在等边 $\triangle ABC$ 中,$AB=5$,点 P 是边 AC 上一定点且 $AP=2$,

若点 D 为射线 BC 上动点,以 DP 为边向右侧作等边 $\triangle DPE$,

如图,在射线 BC 上截取 $PC=DM$,连接 EM,

$\therefore PE=ED$, $\angle DPE=\angle ACB=60^\circ$,

$\therefore \angle ACD=180^\circ-\angle ACB=120^\circ$,

$\therefore \angle ACD+\angle DEP=180^\circ$,

$\because \angle PCE+\angle CEP+\angle EPC=180^\circ$, $\angle ECD+\angle CDE+\angle CED=180^\circ$,

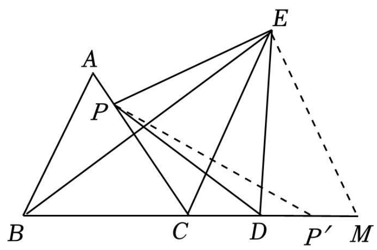
$\therefore \angle ECD+\angle CDE+\angle CED+\angle PCE+\angle CEP+\angle EPC=360^\circ$,

$\because \angle PCE+\angle ECD+\angle CEP+\angle CED-\angle ACD+\angle DEP=180^\circ$,

$\therefore \angle EPC+\angle CDE=180^\circ$,

$\therefore \angle EPC=\angle EDM$,

在 $\triangle EPC$ 和 $\triangle EDM$ 中,$\begin{cases}PE=ED\\ \angle EPC=\angle EDM,\\ PC=DM\end{cases}$



$\therefore \triangle EPC\cong\triangle EDM(SAS)$,

$\therefore EC=EM$, $\angle PEC=\angle DEM$,

$\because \angle PEC+\angle CED=\angle DEP=60^\circ$,

$\therefore \angle CEM=\angle DEM+\angle CED=60^\circ$,

$\therefore \triangle CEM$ 是等边三角形,

$\therefore \angle ECM=60^\circ$,

$\therefore \angle ECD=60^\circ$, $\angle ACE=180^\circ-\angle ECD-\angle ACB=60^\circ$,

即点 E 在 $\angle ACD$ 角平分线上运动,

在射线 CD 上截取 $CP'=CP$,连接 EP',

在 $\triangle CEP$ 和 $\triangle CEP'$ 中,$\begin{cases}PC=P'C\\ \angle PCE=\angle P'CE,\\ CE=CE\end{cases}$

$\therefore \triangle CEP\cong\triangle CEP'(SAS)$,

$\therefore PE=P'E$,

$\therefore BE+PE=BE+P'E$,

由三角形三边关系可得,$BE+P'E\geqslant BP'$,

即当点 E 与点 C 重合时,$BE+P'E=BP'$ 时,$BE+PE$ 有最小值 BP',

$\because AP=2$, $AC=BC=AB=5$,

$\therefore PC=AC-AP=3$,

$\therefore BE+PE=BE+P'E=BP'=BE+CP'=BC+CP=5+3=8$,

$\therefore BE+PE$ 的最小值为 8.