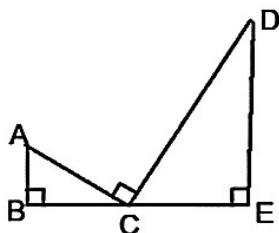


2022 中考专题 2——几何模型之“K”型相似

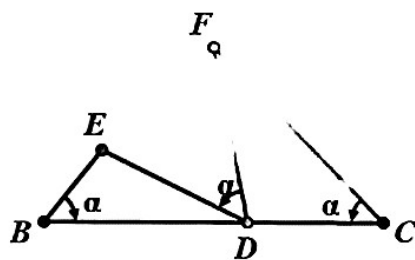
班级_____姓名_____.

【模型解析】



条件: B, C, E 三点共线, $\angle B = \angle ACD = \angle E = 90^\circ$

结论: $\triangle ABC \sim \triangle CED$



条件: B, D, C 三点共线, $\angle B = \angle EDF = \angle C = \alpha$

结论: $\triangle BDE \sim \triangle CFD$

【例题分析】

例 1. (1) 问题: 如图 1, 在四边形 $ABCD$ 中, 点 P 为 AB 上一点, $\angle DPC = \angle A = \angle B = 90^\circ$, 求证: $AD \cdot BC = AP \cdot BP$;

(2) 探究: 如图 2, 在四边形 $ABCD$ 中, 点 P 为 AB 上一点, 当 $\angle DPC = \angle A = \angle B = \theta$ 时, 上述结论是否依然成立? 说明理由.

(3) 应用: 请利用 (1) (2) 获得的经验解决问题:

如图 3, 在 $\triangle ABD$ 中, $AB = 6$, $AD = BD = 5$, 点 P 以每秒 1 个单位长度的速度, 由点 A 出发, 沿边 AB 向点 B 运动, 且满足 $\angle CPD = \angle A$, 设点 P 的运动时间为 t (秒), 当 $DC = 4BC$ 时, 求 t 的值.

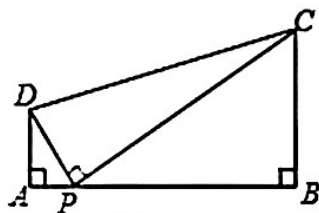


图1

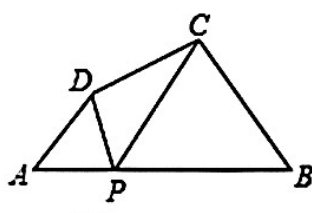


图2

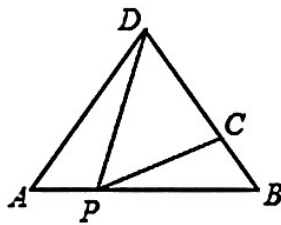
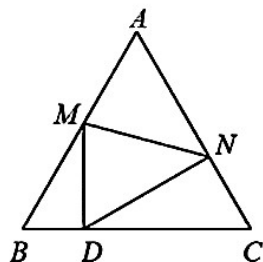


图3

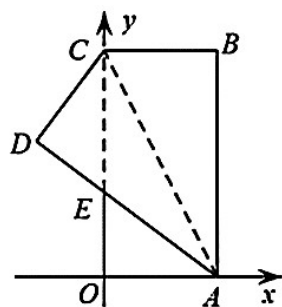
例 2. 如图, 在等边 $\triangle ABC$ 中, 将 $\triangle ABC$ 沿着 MN 折叠。使点 A 落在边 BC 上的点 D 处。

(1) 若 $AB=4$, 当 $\triangle BMD$ 为直角三角形时, 求 AM 的长。

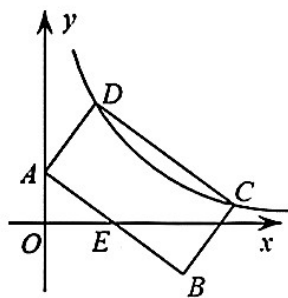
(2) 当 $BD:CD=1:3$ 时, 求 $AM:AN$ 的值。



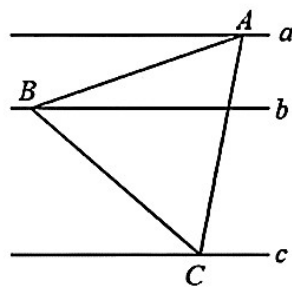
例 3. 如图, 在直角坐标系中, 矩形 $ABCO$ 的边 OA 在 x 轴上, 边 OC 在 y 轴上, 点 B 的坐标为 $(4, 8)$, 将矩形沿对角线 AC 翻折, B 点落在 D 点的位置, 且 AD 交 y 轴于点 E , 那么点 D 的坐标为_____。



例 3 图



例 4 图



例 5 图

例 4. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB=2AD$, 点 $A(0, 1)$, 点 C, D 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 的图象上, AB 与 x 轴的正半轴相交于点 E , 若 E 为 AB 的中点, 则 k 的值为_____。

例 5. 如图, 直线 $a \parallel b \parallel c$, a 与 b 之间的距离为 3, b 与 c 之间的距离为 6, a, b, c 分别经过等边三角形 ABC 的三个顶点, 则三角形的边长为_____。

【巩固训练】

1. 如图 1, 已知 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 均为等边三角形, D 在 BC 上, DE 与 AC 相交于点 F , $AB=9$, $BD=3$, 则 CF 等于 ()

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

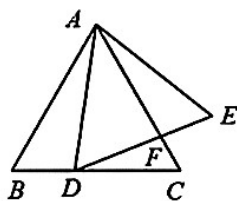


图 1

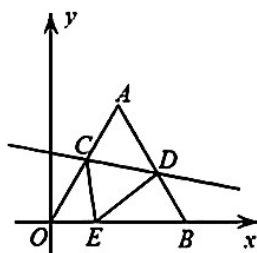


图 2

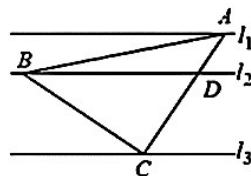


图 3

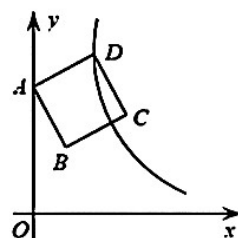


图 4

2. 如图 2 坐标系中, $O(0, 0)$, $A(6, 6\sqrt{3})$, $B(12, 0)$, 将 $\triangle OAB$ 沿直线 CD 折叠, 使点 A 恰

好落在线段 OB 上的点 E 处, 若 $OE = \frac{24}{5}$, 则 $CE:DE$ 的值是_____.

3. 如图3, 直线 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$, 等腰直角三角形 ABC 的三个顶点 A, B, C 分别在 l_1, l_2, l_3 上, $\angle ACB = 90^\circ$, AC 交 l_2 于点 D , 已知 l_1 与 l_2 的距离为1, l_2 与 l_3 的距离为3, 则 $\triangle ABC$ 的面积为_____.

4. 如图4, 边长为 $\frac{5}{4}$ 的正方形 $ABCD$ 的顶点 A 在 y 轴上, 顶点 D 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象上, 已知点 B 的坐标是 $(\frac{3}{4}, \frac{9}{4})$, 则 k 的值为_____.

5. 如图5, 在平面直角坐标系中, 点 A, C 分别在 x 轴、 y 轴上, 四边形 $ABCO$ 为矩形, $AB = 16$, 点 D 与点 A 关于 y 轴对称, $\tan \angle ACB = \frac{4}{3}$, $\angle CDE = \angle CAO$, 点 E, F 分别是线段 AD, AC 上的动点 (点 E 不与点 A, D 重合), 且 $\angle CEF = \angle ACB$.

- (1) 求 AC 的长和点 D 的坐标;
- (2) 证明: $\triangle AEF \sim \triangle DCE$;
- (3) 当 $\triangle EFC$ 为等腰三角形时, 求点 E 的坐标.

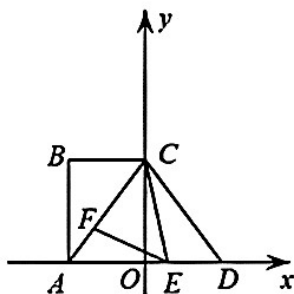


图5

6. 如图6, 一条抛物线经过原点和点 $C(8, 0)$, A, B 是该抛物线上的两点, $AB \parallel x$ 轴, $OA = 5$, $AB = 2$. 点 E 在线段 OC 上, 作 $\angle MEN = \angle AOC$, 使 $\angle MEN$ 的一边始终经过点 A , 另一边交线段 BC 于点 F , 连接 AF .

- (1) 求抛物线的解析式;
- (2) 当点 F 是 BC 的中点时, 求点 E 的坐标;
- (3) 当 $\triangle AEF$ 是等腰三角形时, 求点 E 的坐标.

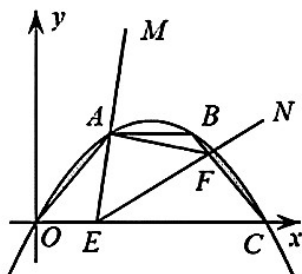


图6

7.如图7, 已知抛物线 $y=mx^2-3mx-4m$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点(点 A 在点 B 左侧), 与 y 轴交于点 C , 当 $\angle ACB=90^\circ$ 时,

- (1) 求抛物线解析式;
- (2) 当抛物线开口向下时, 在第一象限的抛物线上有一点 P , 横坐标为 a , 当 $\angle BPC=90^\circ$ 时, 求 a 的值.

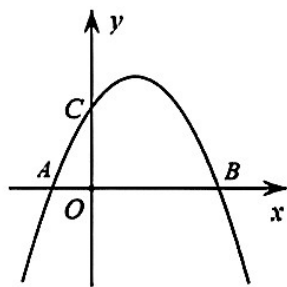


图 7

8.如图8, 在平面直角坐标系中, 抛物线与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$, $B(3, 0)$, 与 y 轴交于点 C , 直线 BC 的解析式为 $y=kx+3$.

- (1) 求抛物线和直线 BC 的解析式;
- (2) 在抛物线的对称轴上找一点 P , 使得 $\angle CBP=90^\circ$, 求 P 点坐标;
- (3) 若点 Q 是第一象限的抛物线上一动点, 当 $\angle CQB=90^\circ$ 时, 求 Q 点的坐标.

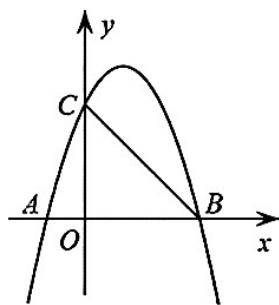
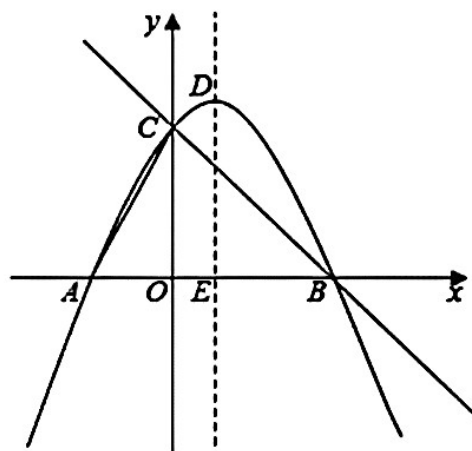
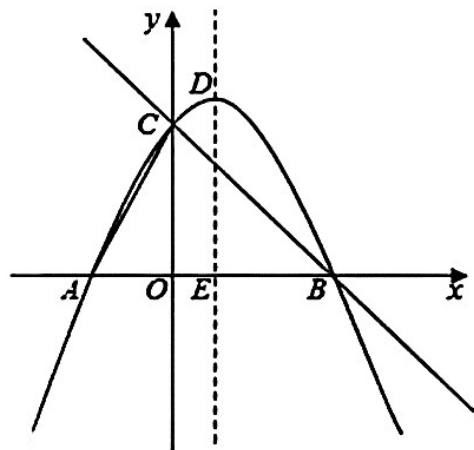


图 8

9. (2021·烟台) 如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过点 $A(-2, 0)$, $B(4, 0)$, 与 y 轴正半轴交于点 C , 且 $OC = 2OA$, 抛物线的顶点为 D , 对称轴交 x 轴于点 E . 直线 $y = mx + n$ 经过 B, C 两点.

- (1) 求抛物线及直线 BC 的函数表达式;
- (2) 点 F 是抛物线对称轴上一点, 当 $FA + FC$ 的值最小时, 求出点 F 的坐标及 $FA + FC$ 的最小值;
- (3) 连接 AC , 若点 P 是抛物线上对称轴右侧一点, 点 Q 是直线 BC 上一点, 试探究是否存在以点 E 为直角顶点的 $\text{Rt}\triangle PEQ$, 且满足 $\tan \angle EQP = \tan \angle OCA$. 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



备用图