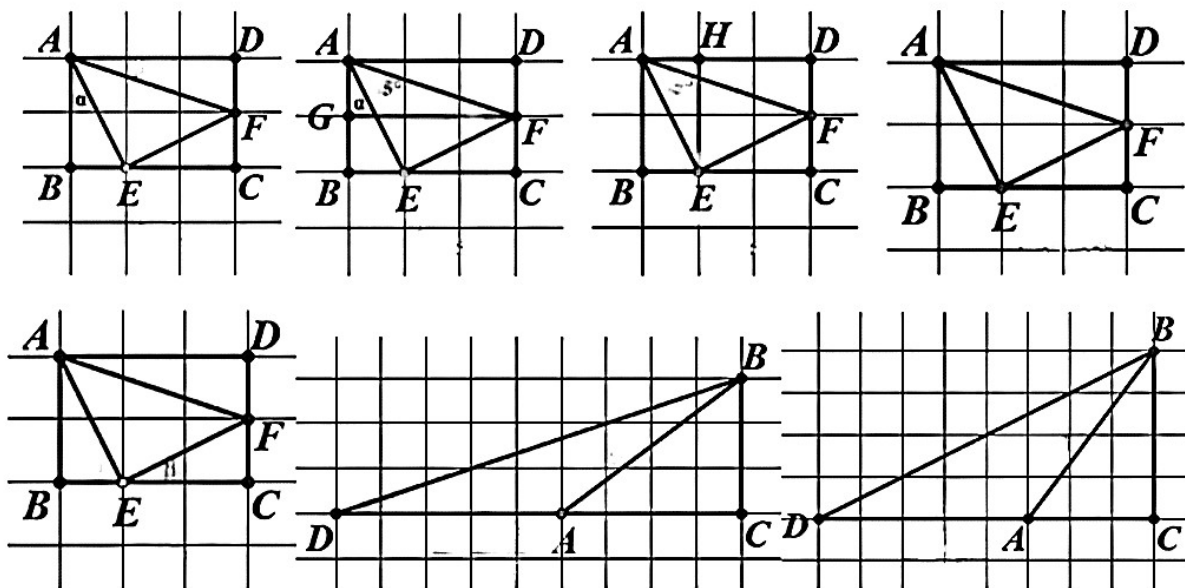


【模型解析】



$$(1) "2" + "1/2" = 90^\circ, "3" + "1/3" = 90^\circ$$

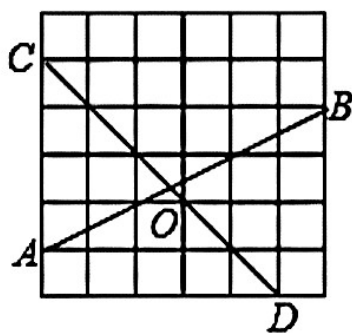
$$(2) "1/2" + "1/3" = 45^\circ, "2" + "3" = 135^\circ$$

$$(3) "2" = 45^\circ + "1/3", "3" = 45^\circ + "1/2"$$

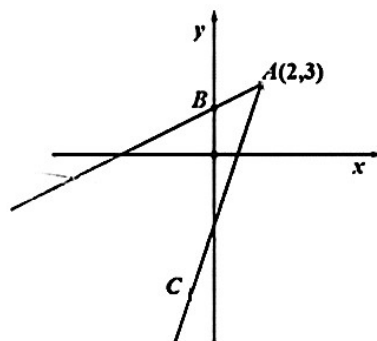
$$(4) "1/2" + "1/2" = "4/3", "1/3" + "1/3" = "3/4" \quad (\text{倍半角公式})$$

【例题分析】

例 1. 在如图正方形方格纸中，每个小的四边形都是相同的正方形，A, B, C, D 都在格点处，AB 与 CD 相交于 O，则 $\tan \angle BOD$ 的值等于_____。



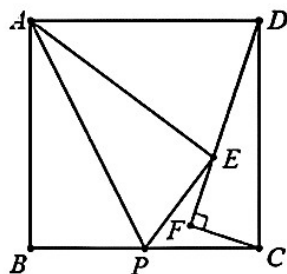
例 1 图



例 2 图

例 2. (2017 浙江金华) 如图，已知点 A(2, 3) 和点 B(0, 2)，点 A 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上。作射线 AB，再将射线 AB 绕点 A 按逆时针方向旋转 45° ，交反比例函数图象于点 C，则点 C 的坐标为_____。

例3.如图,正方形ABCD中,P是BC的中点,把 $\triangle PAB$ 沿着PA翻折得到 $\triangle PAE$,过C作 $CF \perp DE$ 于F,若 $CF=2$,则 $DF=$ _____.



【巩固训练】

1.如图1, $\angle AOB$ 是放置在正方形网格中的一个角, 则 $\cos \angle AOB$ 的值是_____.

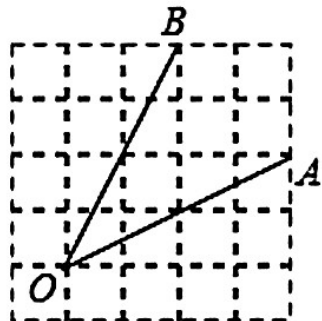


图1

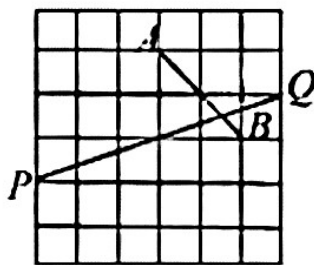


图2

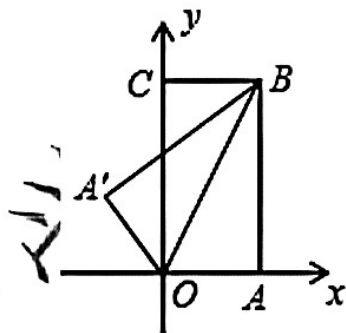


图3

2.如图2是由边长相同的小正方形组成的网格,A,B,P,Q四点均在正方形网格的格点上,线段AB,PQ相交于点M,则图中 $\angle QMB$ 的正切值是()

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\sqrt{3}$ D. 2

3.如图3,把一个矩形纸片OABC放入平面直角坐标系中,使OA、OC分别落在x轴、y轴上,连接OB,将纸片OABC沿OB折叠,使点A落在A'的位置上.若 $OB=\sqrt{5}$, $\frac{BC}{OC}=\frac{1}{2}$,求点A'的坐标为_____.

4.如图4,半圆O的直径AB=10cm,弦AC=6cm,弦AD平分 $\angle BAC$,则AD的长为()

- A. $4\sqrt{5}$ cm B. $3\sqrt{5}$ cm C. $5\sqrt{5}$ cm D. 4 cm

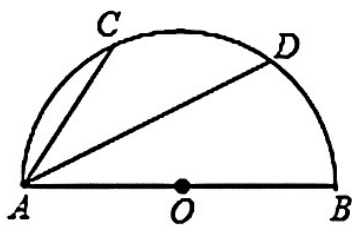


图4

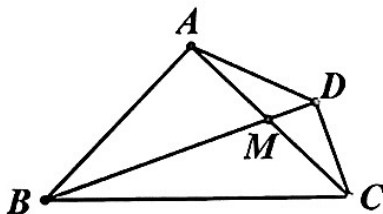


图5

5.如图5,在四边形ABCD中, $\angle BAC = \angle BDC = 90^\circ$, $AB = AC = \sqrt{5}$, $CD = 1$, 对角线的交点为M, 则DM= ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

6. 如图6, 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $A(-1, 0)$, $B(0, 2)$, 点 C 在第一象限, $\angle ABC=135^\circ$. AC 交 y 轴于 D , $CD=3AD$, 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象经过点 C , 则 k 的值为_____.

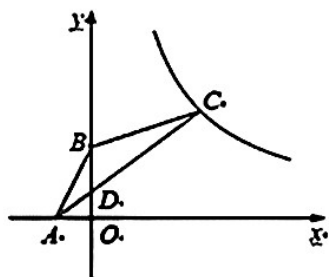


图 6

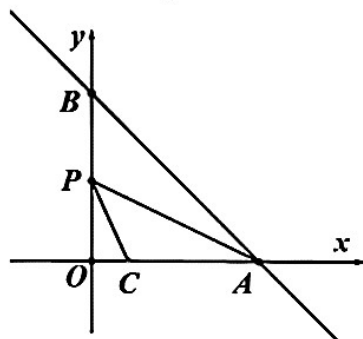


图 7

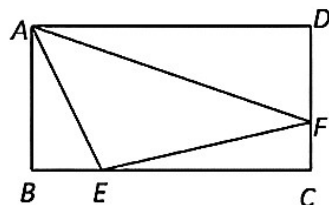


图 8

- 7 (2017 浙江丽水) 如图 7, 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y=-x+m$ 分别交 x 轴, y 轴于 A , B 两点, 已知点 $C(2, 0)$.

- (1) 当直线 AB 经过点 C 时, 点 O 到直线 AB 的距离是_____;
- (2) 设点 P 为线段 OB 的中点, 连结 PA , PC , 若 $\angle CPA = \angle ABO$, 则 m 的值是_____.
8. (2018 山东滨州) 如图 8, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=2$, $BC=4$, 点 E , F 分别在 BC , CD 上, 若 $AE=\sqrt{5}$, $\angle EAF=45^\circ$, 则 AF 的长为_____.
9. 如图 9, 在四边形 $ABCD$ 中 $BC \perp AB$, $AD \parallel BC$ ($BC > AD$), $\angle B=90^\circ$, $AB=BC=12$, E 是 AB 上一点, 且 $\angle DCE=45^\circ$, $BE=4$, 则 $DE=$ _____.

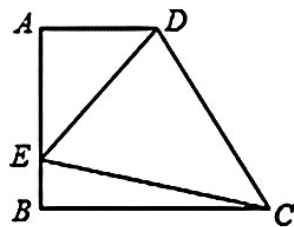


图 9

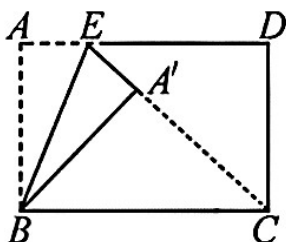


图 10

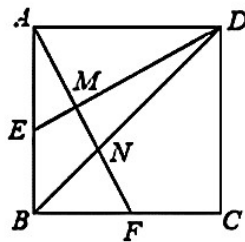


图 11

10. (2018 山东泰安) 如图 10, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=6$, $BC=10$, 将矩形 $ABCD$ 沿 BE 折叠, 点 A 落在 A' 处, 若 EA' 的延长线恰好过点 C , 则 $\sin \angle ABE$ 的值为_____.
11. 如图 11, 正方形 $ABCD$ 的边长 $AB=2$, E 为 AB 的中点, F 为 BC 的中点, AF 分别与 DE , BD 相交于点 M , N , 则 MN 的长为()

- A. $\frac{5\sqrt{5}}{6}$ B. $\frac{2\sqrt{5}}{3} - 1$ C. $\frac{4\sqrt{5}}{15}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

15. (2021·贺州) 如图 12, 在边长为 6 的正方形 $ABCD$ 中, 点 E , F 分别在 BC , CD 上, $BC=3BE$ 且 $BE=CF$, $AE \perp BF$, 垂足为 G , O 是对角线 BD 的中点, 连接 OG , 则 OG 的长为_____.

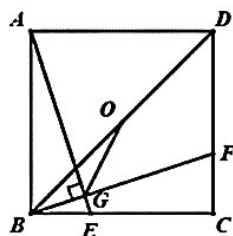


图 12

13. 如图 13, 抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与直线 $y = \frac{1}{2}x + 2$ 交于 C、D 两点, 其中点 C 在 y 轴上, 点 D 的坐标为 $(3, \frac{7}{2})$ 。点 P 是 y 轴右侧的抛物线上一动点, 过点 P 作 $PE \perp x$ 轴于点 E, 交 CD 于点 F。

(1) 求抛物线的解析式。 (2) 若存在点 P, 使 $\angle PCF = 45^\circ$, 请直接写出相应的点 P 的坐标。

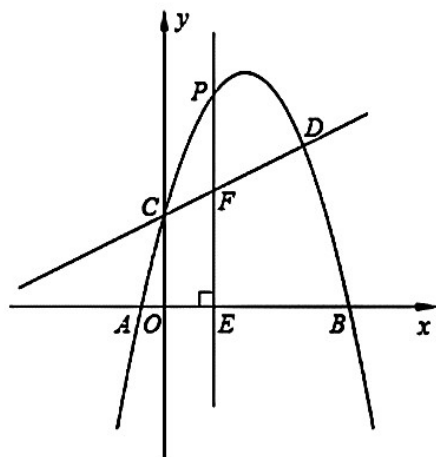


图 13

14. 如图 14, 抛物线 $y = x^2 - 4x + 3$ 与坐标轴交于 A、B、C 三点, 点 P 在抛物线上, $PD \perp BC$ 于点 D, 垂足 D 在线段 BC 上。若 $\frac{CD}{PD} = \frac{1}{2}$, 求点 P 的坐标。

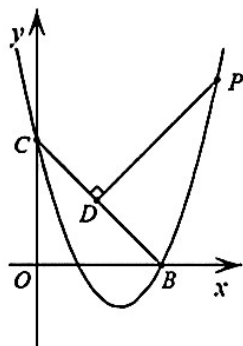


图 14